

# Opgaver om differentialkvotient 2

*Formålet med disse sider er at undervise i matematik og i brugen af Mathcad.*

*Matematik: Der trænes i ud fra en opgavetekst at opstille de relevante udtryk og ligninger med  $f$  og  $f'$ .*

*Mathcad: Der trænes i at fremstille figurer med grafer i et koordinatsystem med passende grænser på akserne og passende koordinatnet. Og der trænes i at taste udtryk, at definere  $f$  og  $f'$ , at udregne udtryk numerisk ved at taste = samt at løse ligning numerisk ved hjælp af Given-Find.*

1. Start Mathcad.
2. Husk at definitions-lighedstegnet  $:=$  skal bruges når man taster forskriften for en funktion. Tast forskriften  $f(x) = 0.12x^2 - 0.72x - 1.4$ .
3. Klik på graf-ikonen, og få tegnet grafen for  $f$  ved at skrive  $x$  ved  $x$ -aksen og  $f(x)$  ved  $y$ -aksen.

Husk at skrive passende grænser ved akserne.

Husk at dobbeltklikke på figuren for at vælge sædvanlige koordinatakser (Crossed) og andre passende indstillinger så der fremkommer en tydelig figur med et passende antal "Grid Lines".


4. Husk at gemme dokumentet jævnligt.
5. Husk at man kan få udregnet et udtryk ved at taste udregnings-lighedstegnet som er det sædvanlige lighedstegn på tastaturet. Få programmet til at udregne  $f(0)$  ved at taste  $f(0) =$ . Kontrollér at det stemmer med grafen.
6. Husk at man skal bruge et logisk lighedstegn (fedt) i en ligning der skal løses, og brug Given-Find til at finde de to løsninger til ligningen  $f(x) = 0$ :

$$x := \dots \quad \text{Given} \quad f(x) = 0 \quad \text{Find}(x) = \dots$$

Kontrollér at begge løsninger stemmer med grafen.

7. Husk at differentiationsmærket ' skrives ved at taste Ctrl+F7, og definer  $f'$  ved at skrive  $f'(x) := \frac{d}{dx} f(x)$ .

8. Få programmet til at udregne  $f'(0)$  og kontrollér at det stemmer med figuren.
9. Få programmet til at løse ligningen  $f'(x) = 0$  og kontrollér at det stemmer med figuren.
10. Benyt resultatet fra foregående opgave til at beregne andenkoordinaten til det nederste punkt på grafen.
11. I denne opgave skal du ikke foretage beregninger da de nødvendige beregninger er foretaget i de foregående opgaver.
- Angiv koordinatsættene til skæringspunkterne mellem grafen for  $f$  og koordinataksene.
  - Angiv koordinatsættet til røringspunktet for den vandrette tangent til grafen for  $f$ .
  - Angiv hældningskoefficienten for tangenten til grafen for  $f$  i skæringspunkt mellem grafen og andenaksen.
  - Angiv væksthastigheden for  $f$  i 0.

12. Start på et nyt dokument (klik på ) , og få tegnet grafen for funktionen

$$g(x) = 4.63 - 0.105x^2 + 1.17^x, \quad -10 \leq x \leq 30.$$

13. Sørg for at definitionsmængden for  $g$  bliver rigtig på figuren. Det kan gøres ved at lade  $x$ -aksen gå fra -10 til 30, eller ved at vælge et større udsnit af  $x$ -aksen end dette og over figuren skrive  $x := -10, -9.9..30$ , hvor de to prikker skal skrives ved at taste et semikolon (;) .
14. Brug udregninger som dem du har brugt i de foregående opgaver, til at løse følgende opgaver:
- Bestem skæringspunktet mellem grafen og  $y$ -aksen.
  - Bestem skæringspunkterne mellem grafen og  $x$ -aksen.
  - Bestem hældningskoefficienten for tangenten til grafen i skæringspunktet med  $y$ -aksen.
  - Bestem  $x$ -koordinaten til hvert af de punkter på grafen hvor tangenten har hældningskoefficient 0.
  - Bestem  $y$ -koordinaten til det grafpunkt hvor tangentens hældningskoefficient er -1 .

15. Se på grafen for  $g$  der hvor  $x$  er 23, og der hvor  $x$  er 25, og besvar følgende fire spørgsmål ud fra grafen:

- Hvis man øger  $x$  fra 23 til 24, øges  $y$  så med mere end eller mindre end når man øger  $x$  fra 25 til 26 ?
- Når  $x$  passerer 23, vokser  $y$  så hurtigere eller langsommere end når  $x$  passerer 25 ?
- Har tangenten i punktet med  $x$ -koordinat 23 større eller mindre hældningskoefficient end tangenten i punktet med  $x$ -koordinat 25 ?
- Er  $g'(23)$  større end eller mindre end  $g'(25)$  ?

Få programmet til at beregne den hastighed som  $g(x)$  vokser med i  $x = 28$ .

16. I et forsøg er temperaturen  $T$  (målt i  $^{\circ}\text{C}$ ) en funktion af den tid  $t$  (målt i minutter) der er gået siden forsøget startede. Funktionen  $T$  er bestemt ved

$$T(t) = 0.65 + 0.097 \cdot t + 0.000064 \cdot t^5, \quad t \in [0; 12].$$

Få programmet til at tegne grafen for  $T$  med den rigtige definitions­mængde.

17. For hvert punkt på grafen for  $T$  er der **førstekoordinat**, **andenkoordinat** samt tangentens **hældningskoefficient**. Angiv for hvert af disse tre tal om det er lig temperatur, lig tid, eller lig temperaturens væksthastighed.

18. For hver af opgaverne a), b), c) og d) skal du angive hvilken af løsningsmetoderne I, II, III og IV der skal bruges. Derefter skal du løse opgaverne.

I Udregn  $T(5)$ .

II Løs  $T(t) = 5$ .

III Udregn  $T'(5)$ .

IV Løs  $T'(t) = 5$ .

- Hvad er temperaturens væksthastighed 5 minutter efter forsøgets start?
- Hvornår er temperaturen  $5^{\circ}\text{C}$  ?
- Hvad er temperaturen 5 minutter efter forsøgets start?
- Hvornår vokser temperaturen med hastigheden  $5^{\circ}\text{C}$  pr. minut?

19. Hvor hurtigt vokser temperaturen på det tidspunkt hvor den er  $5^{\circ}\text{C}$  ?

20. Hvor høj er temperaturen på det tidspunkt hvor dens væksthastighed er  $4^{\circ}\text{C}$  pr. minut?