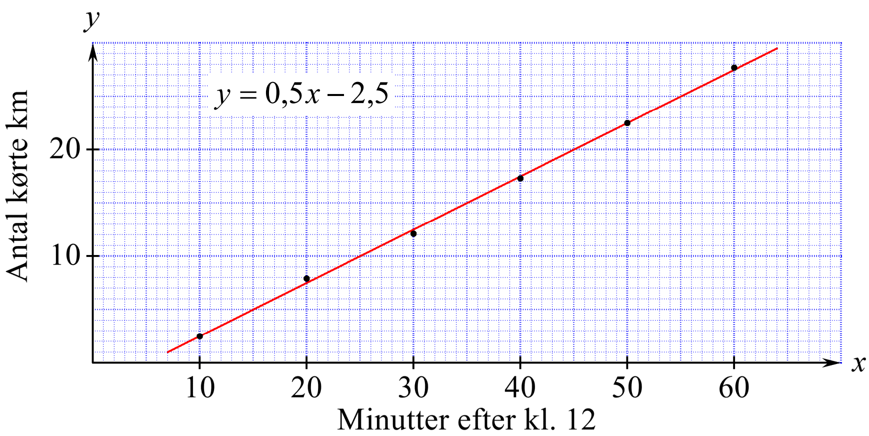
Lineære sammenhænge

for gymnasiet og hf



2010 Karsten Juul

I dette hæfte har jeg gjort meget for at

– teksten er skrevet sådan at du nemmere kan få overblik over reglerne og den sammenhæng der er mellem dem

– forklaringerne ikke indeholder ting der gør det unødvendig svært for dig at forstå reglerne.

Lineære sammenhænge for gymnasiet og hf

Oversigt over indholdet

1: Hvad går lineære sammenhænge ud på?

2: Vi har en ligning. Er det en lineær sammenhæng?

3: Tegn graf.

4: Voksende eller aftagende.

5: Vi har x. Udregn y.

6: Vi har y. Udregn x.

7: Udregn hvor meget større/mindre y bliver.

8: Vi ved hvordan y vokser/aftager. Skriv ligning.

9: Vi har ligning. Hvordan vokser/aftager y .

10: Udregn a og/eller b i $y = ax+b$.

11: To sammenhænge.

12: Skrivemåden $f(x)$.

1: Hvad går lineære sammenhænge ud på?

Oplæg 1: Lineære sammenhænge: Egenskaber, ligning og graf.

Vi køber en 12 mm høj plante som vokser 4 mm hver dag. Vi kan tænke os til føgende:

Efter	1	dag er højden	$12+4$	mm
Efter	2	dage er højden	$12+4\cdot 2$	mm
Efter	10	dage er højden	$12+4\cdot 10$	mm
Efter	x	dage er højden	$12+4\cdot x$	mm

Der gælder altså at når y er højden (i mm), er

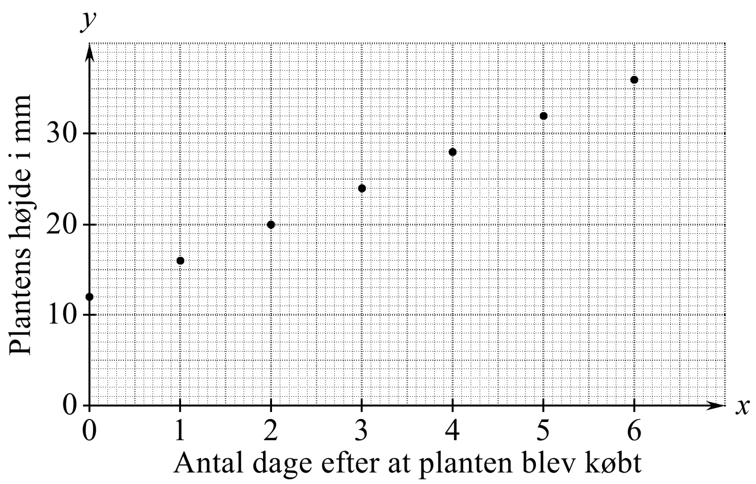
$$y = 4\cdot x+12$$

Ligningen for denne sammenhæng er altså af typen

$$y = a\cdot x+b$$

I koordinatsystemet har vi tegnet

en prik der viser at 0 dage efter købet er højden 12 mm,
en prik der viser at 1 dag senere er planten 4 mm højere,
en prik der viser at efter endnu en dag er planten igen blevet 4 mm højere,
osv.



Da stigningen er den samme hver dag, kommer punkterne til at ligge på en ret linje.
Derfor kalder man en sammenhæng lineær når stigningen hele tiden er den samme.

Når stigningen hele tiden er den samme, må ligningen for sammenhængen være af typen

$$y = a\cdot x+b$$

hvor a er det vi skal lægge til værdien af y hver gang vi gør værdien af x én enhed større.

For sammenhængen $y=3x+5$ skal vi lægge 3 til y hver gang vi gør x én enhed større.
Altså bliver y-værdierne større og større, så sammenhængen er voksende.

For sammenhængen $y=-2x+8$ skal vi lægge -2 til y hver gang vi gør x én enhed større.
Altså bliver y-værdierne mindre og mindre, så sammenhængen er aftagende.

2: Vi har en ligning.
Er det en lineær sammenhæng?

Definition 2a: Hvad er en lineær sammenhæng? (Ligning for lineær sammenhæng).

En sammenhæng mellem to variable x og y er lineær hvis den har en ligning af typen

$$y = a \cdot x + b$$

En oplysning om hvad et bestemt ord skal betyde, kalder man en DEFINITION .

Eksempel 2b: Er ligningen er af typen $y = a \cdot x + b$?
Hvilke tal står på a's og b's pladser?

Ligningen

$$y = 16 + 2x$$

viser sammenhængen mellem to variable x og y. Ligningen kan omskrives til

$$y = 2 \cdot x + 16$$

så ligningen er af typen

$$y = a \cdot x + b \quad \text{med} \quad a = 2 \quad \text{og} \quad b = 16 .$$

Der er altså tale om en lineær sammenhæng.

Ligningen $y = 3x - 8$ kan omskrives til $y = 3 \cdot x + (-8)$ og er derfor af typen

$$y = a \cdot x + b \quad \text{med} \quad a = 3 \quad \text{og} \quad b = -8 .$$

Ligningen $y = 10 - x$ kan omskrives til $y = (-1) \cdot x + 10$ og er derfor af typen

$$y = a \cdot x + b \quad \text{med} \quad a = -1 \quad \text{og} \quad b = 10 .$$

Ligningen $y = 5x^2 + 3$ indeholder x^2 og er derfor ikke af typen $y = a \cdot x + b$.

Denne sammenhæng mellem x og y er altså i k k e lineær.

3: Tegn graf.

Sætning 3a: Graf for en lineær sammenhæng.

De lineære sammenhænge er de sammenhænge hvor grafen er en ret linje (eller en del af en ret linje).

Hvis en oplysning om noget der gælder, er særlig vigtig, så kalder man denne oplysning for en SÆTNING .

Opgavetype 3b: Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi skal tegne grafen.

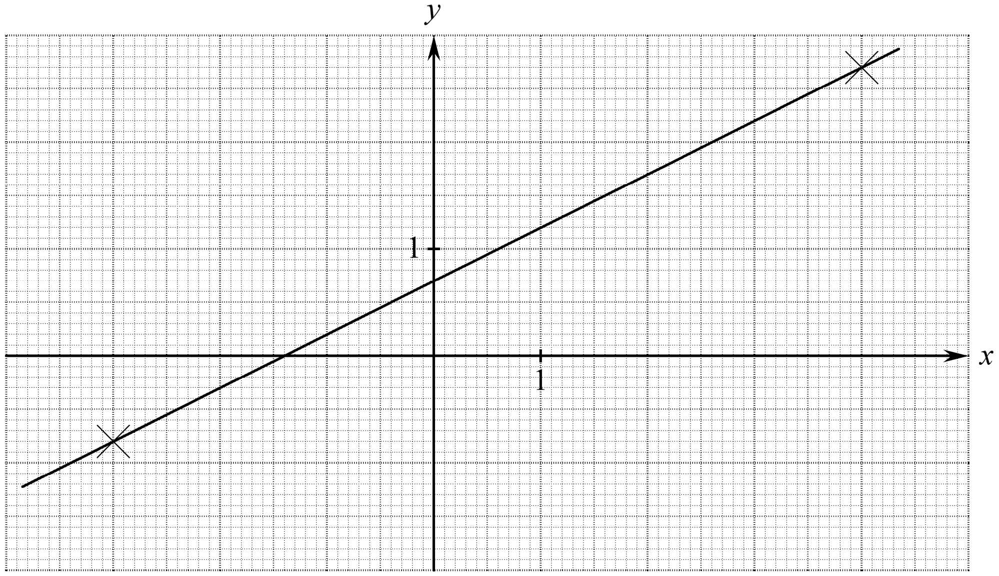
Opgave: Tegn grafen for sammenhængen $y = 0{,}5x + 0{,}7$

Besvarelse 1: Da grafen er en ret linje (ifølge Sætning 3a), behøver vi kun udregne to punkter for at kunne tegne den.

De to punkter skal ligge langt fra hinanden for at få stor nøjagtighed.

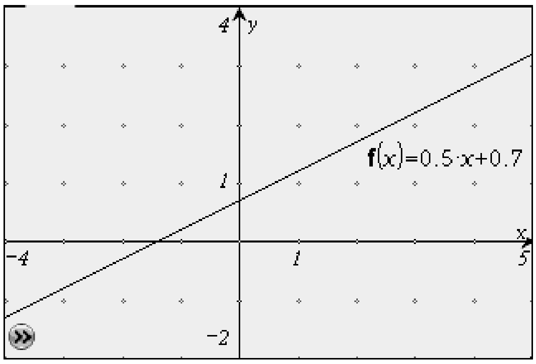
Når $x = -3$ er $y = 0{,}5\cdot(-3) + 0{,}7 = -0{,}8$
Når $x = 4$ er $y = 0{,}5\cdot 4 + 0{,}7 = 2{,}7$

Grafen er den rette linje gennem punkterne $(-3\,,-0{,}8)$ og $(4\,,2{,}7)$.



Besvarelse 2: Vi taster forskriften $f(x) = 0{,}5\cdot x + 0{,}7$ på Nspire på en grafside og får grafen til højre.

Vi kan aflæse denne graf nøjagtigt ved at afsætte et punkt på grafen og ændre en af punktets koordinater.



4: Voksende eller aftagende.

Sætning 4a: Hvordan ser vi på en ligning af typen $y = ax + b$
om sammenhængen er voksende eller aftagende?

En lineær sammenhæng $y = ax + b$ er

aftagende hvis a er negativ
og
voksende hvis a er positiv.

Opgavetype 4b: Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi skal begrunde om denne sammenhæng er voksende eller aftagende.

Opgave: Begrund i hvert af følgende tre tilfælde om sammenhængen er voksende eller aftagende:

1. $y = 0{,}5 \cdot x - 4$
2. $y = -3 \cdot x + 2$
3. $y = 16 - x$

Svar:

1. Da
$y = 0{,}5 \cdot x - 4$ er af typen $y = ax + b$
og
a er positiv ($a = 0{,}5$)
er sammenhængen voksende.

2. Da
$y = -3 \cdot x + 2$ er af typen $y = ax + b$
og
a er negativ ($a = -3$)
er sammenhængen aftagende.

3. Da
$y = 16 - x$ er af typen $y = ax + b$
og
a er negativ ($a = -1$)
er sammenhængen aftagende.

5: Vi har x. Udregn y.

Opgavetype 5a: Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi ved hvilket tal x er lig.
Vi skal finde det tal som y er lig.

Opgave: $y = 4{,}6x + 7{,}2$ og x er $6{,}5$. Hvad er y ?

Metode: Vi indsætter 6,5 for x i $y = 4{,}6x + 7{,}2$ og får

$$y = 4{,}6 \cdot 6{,}5 + 7{,}2$$

Vi udregner højresiden og får

$$y = 37{,}1$$

Da der i opgaven står at x er 6,5

Konklusion: Når x er 6,5 er y lig $\underline{\underline{37{,}1}}$

Opgavetype 5b: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi ved hvilket tal x er lig.
Vi skal finde det tal som y er lig.

Opgave: Nogle skiver findes i forskellige størrelser. Når y er tykkelsen, målt i mm, og x er diameteren, målt i mm, er $y = 0{,}2x + 0{,}1$

Hvad er **tykkelsen** når **diameteren** er 14 mm?

Metode: Spørgsmålet kan oversættes til

Hvad er $\boldsymbol{y}$ når $\boldsymbol{x}$ er 14 ?

Da der i opgaven står at y er tykkelsen og x er diameteren.

Vi indsætter 14 for x i $y = 0{,}2x + 0{,}1$ og får

$$y = 0{,}2 \cdot 14 + 0{,}1$$

Vi udregner højresiden og får

$$y = 2{,}9$$

I opgaven står at y er tykkelsen.

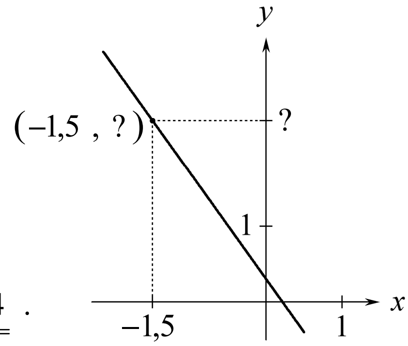
Konklusion: Tykkelsen af en skive er $\underline{\underline{2{,}9 \text{ mm}}}$ når dens diameter er 14 mm

Opgavetype 5c: Vi har grafpunktets x-koordinat.
Vi skal udregne y-koordinaten.

Opgave: Billedet viser grafen for sammenhængen

$$y = -1{,}4 \cdot x + 0{,}3$$

Udregn y-koordinaten til det grafpunkt som har x-koordinat $-1{,}5$.



Metode: Når $x = -1{,}5$ er $y = -1{,}4 \cdot (-1{,}5) + 0{,}3 = 2{,}4$

Konklusion: Grafpunkt med x-koordinat $-1{,}5$ har y-koordinat $\underline{\underline{2{,}4}}$.

6: Vi har y. Udregn x.

Opgavetype 6a: Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi ved hvilket tal y er lig.
Vi skal finde det tal som x er lig.

Opgave: $y = 14x - 32$ og y er 73 . Hvad er x?

Metode 1: Vi indsætter 73 for y i $y = 14x - 32$ og får

$$73 = 14x - 32$$

Vi løser denne ligning mht. x :

$$105 = 14x$$

$$\frac{105}{14} = \frac{14x}{14}$$

$$7,5 = x$$

Da der i opgaven står at y er 73

Metode 2: Vi indsætter 73 for y i $y = 14x - 32$ og får

$$73 = 14x - 32$$

Nspire løser denne ligning mht. x og får:

$$x = 7,5$$

Sådan tastede vi på Nspire:

```
solve(73=14·x-32,x)        x=7.5
```

Konklusion: Når y er 73 er x lig $\underline{\underline{7,5}}$

Opgavetype 6b: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi ved hvilket tal y er lig.
Vi skal finde det tal som x er lig.

Opgave: Nogle skiver findes i forskellige størrelser. Når y er tykkelsen, målt i mm, og x er diameteren, målt i mm, er $y = 0,2x + 0,1$
Hvad er **diameteren** når **tykkelsen** er 4,5 mm?

Metode: Spørgsmålet kan oversættes til

Hvad er $\boldsymbol{x}$ når $\boldsymbol{y}$ er 4,5 ?

Da der i opgaven står at y er tykkelsen og x er diameteren.

Vi indsætter 4,5 for y i $y = 0,2x + 0,1$ og får

$$4,5 = 0,2x + 0,1$$

Vi løser denne ligning mht. x og får

$$x = 22$$

I opgaven står at x er diameteren.

Konklusion: Diameteren af en skive er $\underline{\underline{22 \text{ mm}}}$ når dens tykkelse er 4,5 mm

Opgavetype 6c: $y = ax + b$ og x er tiden målt i år.

Opgave $6c_1$: For en fugleart er antallet af individer størst midt på året. Der gælder

$$y = 120x + 3250$$

hvor y er antal individer midt på året x år efter 2003.

Spørgsmål 1: Hvilket år vil antallet af fugle midt på året være 4000 ?

Metode: Ligningen $4000 = 120x + 3250$ løser vi mht. x og får $x = 6{,}25$

Konklusion: I 2009 er antallet af fugle midt på året ca. 4000.

Spørgsmål 2: Hvilket år vil antallet af fugle midt på året overstige 4000?

Konklusion: I 2010 vil antallet af fugle overstige 4000.

Opgave $6c_2$: For nogle fugle i et stort bur gælder at antallet af individer vokser lige hurtigt hele året. Der gælder

$$y = 120x + 3250$$

hvor y er antal individer x år efter begyndelsen af 2003.

Spørgsmål: Hvornår vil antallet af fugle være 4000?

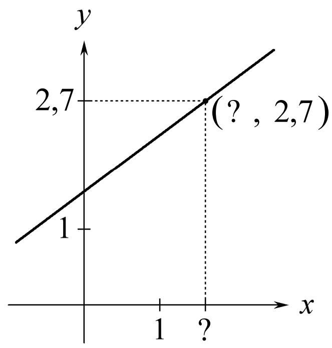
Konklusion: Omkring 1. april 2009 er antallet af fugle 4000.

Opgavetype 6d: Vi har grafpunktets y-koordinat.
Vi skal udregne x-koordinaten.

Opgave: Billedet viser grafen for sammenhængen

$$y = 0{,}75 \cdot x + 1{,}5$$

Udregn x-koordinaten til det grafpunkt som har y-koordinat 2,7 .



Metode: Vi skal finde et tal x så

$$2{,}7 = 0{,}75 \cdot x + 1{,}5$$

Vi løser denne ligning mht. x og får $x = 1{,}6$.

Konklusion: Grafpunkt med y-koordinat 2,7 har x-koordinat $\underline{\underline{1{,}6}}$.

7: Udregn hvor meget større/mindre y bliver.

Opgavetype 7a: Vi har en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi ved hvor mange enheder x bliver større/mindre.
Vi skal finde ud af hvor mange enheder y bliver større/mindre.

Opgave: $y = 4{,}6x + 7{,}2$. x er $6{,}5$. x bliver $3{,}5$ enheder større.
Hvor mange enheder bliver y større?

Metode: Når x er blevet $3{,}5$ enheder større, er $x = 6{,}5 + 3{,}5 = 10$

Når $x = 6{,}5$ er $y = 4{,}6 \cdot 6{,}5 + 7{,}2 = \underline{37{,}1}$

Når $x = 10$ er $y = 4{,}6 \cdot 10 + 7{,}2 = \underline{53{,}2}$

Vi udregner "sidste y minus første y ": $53{,}2 - 37{,}1 = 16{,}1$

Konklusion: y bliver $\underline{\underline{16{,}1}}$ enheder større når x bliver $3{,}5$ enheder større.

Opgavetype 7b: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi kender en ligning af typen $y = ax + b$.
Vi ved hvor mange enheder x bliver større/mindre.
Vi skal finde ud af hvor mange enheder y bliver større/mindre.

Opgave: For en plante er $y = 1{,}5x + 3{,}7$ når y er vægt (i gram), og x er længde (i cm).

Nu er plantens længde 5,2 cm. Hvor meget tungere end nu vil planten være når den er blevet 2,6 cm længere?

Metode: Spørgsmålet kan oversættes til

Hvor mange enheder bliver y større hvis x er $5{,}2$ og bliver $2{,}6$ enheder større?

Når x er blevet 2,6 enheder større, er $x = 5{,}2 + 2{,}6 = 7{,}8$

Når $x = 5{,}2$ er $y = 1{,}5 \cdot 5{,}2 + 3{,}7 = 11{,}5$.

Når $x = 7{,}8$ er $y = 1{,}5 \cdot 7{,}8 + 3{,}7 = 15{,}4$.

Vi udregner "sidste y minus første": $15{,}4 - 11{,}5 = 3{,}9$

Konklusion: Planten vil være $\underline{\underline{3{,}9 \text{ gram}}}$ tungere når den er blevet 2,6 cm længere.

Bemærkning: Trinene i udregningerne er vist nedenfor.

$\xrightarrow{+\,2{,}6}$

x	5,2	?
y		

Trin 1

$\xrightarrow{+\,2{,}6}$

x	5,2	7,8
y	?	?

Trin 2

$\xrightarrow{+\,2{,}6}$

x	5,2	7,8
y	11,5	15,4

$\xrightarrow[+\,?]{}$

Trin 3

$\xrightarrow{+\,2{,}6}$

x	5,2	7,8
y	11,5	15,4

$\xrightarrow[+\,3{,}9]{}$

Trin 4

8: Vi ved hvordan y vokser/aftager. Skriv ligning.

Sætning 8a: Sådan kan vi finde ligningen når vi ved hvordan y vokser/aftager.

Hvis vi får at vide at

der er et bestemt tal vi skal lægge til y hver gang vi gør x én enhed større,

så ved vi:

Ligningen er af typen $y = a \cdot x + b$

På a's plads skal vi skrive det tal som vi skal lægge til y hver gang vi gør x én enhed større.

På b's plads skal vi skrive det tal som y er lig når x er lig 0.

Opgavetype 8b: Vi har det tal vi skal lægge til y-tallet hver gang vi lægger 1 til x-tallet.
Vi ved hvad y-tallet er når x-tallet er 0 .
Vi skal skrive en formel til at udregne y når vi kender x .

<u>Opgave:</u> Hver gang x bliver 1 enhed større, vil y blive 3 enheder mindre. Når $x = 0$ er $y = 15$. Skriv en ligning vi kan bruge til at udregne y når vi kender x .

<u>Metode:</u> Ligningen er af typen $y = a \cdot x + b$ da vi skal lægge det samme til y hver gang vi gør x én enhed større.

$a = -3$ da vi skal lægge -3 til y hver gang vi gør x én enhed større.

$b = 15$ da $y = 15$ når $x = 0$.

<u>Konklusion:</u> $\underline{\underline{y = -3 \cdot x + 15}}$

Opgavetype 8c: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi har det tal vi skal lægge til y-tallet hver gang vi lægger 1 til x-tallet.
Vi ved hvad y-tallet er når x-tallet er 0 .
Vi skal skrive en formel til at udregne y når vi kender x .

<u>Opgave:</u> Man skal betale 10 kr. for at starte på et computerspil, og herefter skal man betale 0,50 kr. pr. minut man spiller.

Skriv en ligning vi kan bruge til at udregne prisen for at spille når vi kender antal minutter vi spiller.

<u>Metode:</u> Vi bruger x og y til at betegne følgende talstørrelser:

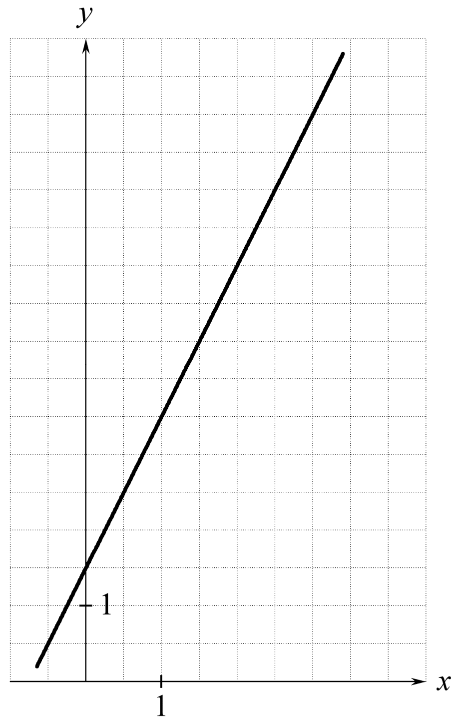
x = antal minutter
y = prisen i kr.

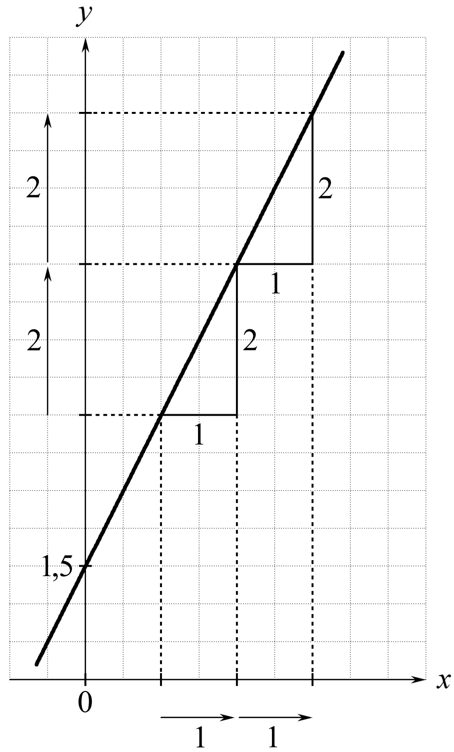
Så kan vi oversætte oplysningerne til følgende:

Når $x = 0$ er $y = 10$
Hver gang vi gør x én enhed større, skal vi lægge 0,50 til y .

<u>Konklusion:</u> $\underline{\underline{y = 0{,}50 \cdot x + 10}}$ når x = antal minutter og y = prisen i kr.

Eksempel 8d: Sådan kan vi finde ligningen når vi har en lineær graf (i de tilfælde hvor grafen er meget nem at aflæse)





Grafen til venstre viser sammenhængen mellem to variable x og y .

Vi ser: Når $x = 0$ er $y = 1{,}5$.

På billedet til højre har vi vist hvor vi har aflæst 1,5

Vi ser: Hver gang vi gør x 1 enhed større, så bliver y 2 enheder større.

På billedet til højre har vi vist hvordan vi ser dette.

Grafen er en linje: $y = a \cdot x + b$

I Sætning 8a står: På a's plads skal vi skrive det tal som vi skal lægge til y hver gang vi gør x én enhed større.

Altså er $a = 2$.

I sætning 8a står: På b's plads skal vi skrive det tal som y er lig når x er lig 0.

Altså er $b = 1{,}5$.

Altså er ligningen: $y = 2x + 1{,}5$

Figuren i dette eksempel er så simpel at vi kan overse at vi aflæser med stor nøjagtighed.
Hvis vi ikke kan det, så skal vi bruge en af metoderne fra rammen "Opgavetype 10d".

9: Vi har ligning. Hvordan vokser/aftager y.

Bevis 9a: Bevis for sætning 9b.

I dette eksempel står både *a*, *b* og *t* for tal som ikke er oplyst.

Ligningen

$$y = ax + b$$

viser sammenhængen mellem to variable y og x.

<u>Spørgsmål:</u> Hvilken ændring sker i værdien af y, når x ændrer værdi fra t til $t+1$?

<u>Svar:</u> Vi regner ud hvad y er når x er t og $t+1$:

Når $x = t$ er $y = at + b$

Når $x = t+1$ er $y = a(t+1) + b = at + a + b$

Vi udregner nu ændringen i værdien af y :

$$(at + a + b) - (at + b) = at + a + b - at - b = a$$

Dvs. når x ændres fra t til $t+1$, så lægges a til værdien af y.

<u>Bemærkninger:</u> Udregningen i svaret kan vi anskueliggøre sådan:

$$\xrightarrow{+1}$$

x	t	$t+1$
y	$at+b$	$at+a+b$

$$\xrightarrow[+a]{}$$

Udregningen viser at uanset hvilken startværdi x har, så lægges der a til værdien af y når der lægges 1 til værdien af x .

Bemærk at a kan være negativ. Hvis a er -2 , så bliver y altså 2 enheder mindre hver gang x bliver 1 enhed større.

<u>Afsnittet "Svar" ovenfor er et **BEVIS** for $9b_1$ nedenfor.</u>

Hvad er et BEVIS ? Et bevis for en påstand er nogle logiske slutninger der gør det fuldstændig sikkert at påstanden gælder.

<u>Her er et bevis for $9b_2$:</u> Når $x = 0$, er $y = a \cdot 0 + b$, dvs. $y = b$.

Sætning 9b: Regel om hvad tallene på a's og b's pladser i $y = ax + b$ fortæller.

Når ligningen er af typen $y = ax + b$, hvad fortæller tallene på a's og b's pladser så om sammenhængen mellem x og y ?

$9b_1$: Tallet på a's plads er det tal vi skal lægge til y hver gang vi gør x én enhed større.
Hvis $a = 3$: Hver gang vi gør x én enhed større, vil y blive 3 enheder <u>større</u>.
Hvis $a = -4$: Hver gang vi gør x én enhed større, vil y blive 4 enheder <u>mindre</u>.

$9b_2$: Tallet på b's plads er det tal som y er lig når x er 0 .

Opgavetype 9c: Vi har tallene på a's og b's pladser i $y = ax + b$.
Vi skal skrive hvad disse tal fortæller.

<u>Opgave:</u> Hvad fortæller tallene $-1{,}2$ og $9{,}7$ om sammenhængen $y = -1{,}2 \cdot x + 9{,}7$?

<u>Metode:</u> Af Sætning 9b får vi:

$-1{,}2$ er det tal vi skal lægge til y hver gang vi gør x en enhed større
$9{,}7$ er værdien af y når x er 0

<u>Konklusion:</u> Når $x = 0$ er $y = 9{,}7$ og hver gang vi gør x én enhed større, vil y blive $1{,}2$ enheder mindre.

Vi siger ikke $-1{,}2$ enheder <u>større</u>.
Vi siger $1{,}2$ enheder <u>mindre.</u>

Opgavetype 9d: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi har tallene på a's og b's pladser i $y = ax + b$.
Vi skal skrive hvad disse tal fortæller.

<u>Opgave:</u> For en cirkel på et elektronisk billede kan radius udregnes ved hjælp af formlen $y = 2 \cdot x + 8$ hvor x er temperaturen i °C og y er radius i mm.

Hvad fortæller tallene 2 og 8 om radius?

<u>Metode:</u> Af Sætning 9b får vi:

2 er det tal vi skal lægge til $\boldsymbol{y}$ hver gang vi gør $\boldsymbol{x}$ en **enhed** større .
8 er værdien af $\boldsymbol{y}$ når $\boldsymbol{x}$ er 0 .

dvs.

2 er det tal vi skal lægge til **radius** hver gang vi gør **temperaturen** en **grad** større .
8 er **radius** når **temperaturen** er 0 grader .

<u>Konklusion:</u> Radius er 8 mm ved 0 °C og vokser 2 mm pr. grad temperaturen stiger .

Eksempel 9e: $y = ax + b$ og x bliver flere enheder større.

Ligningen $y = 20x + 374$ viser sammenhængen mellem to variable x og y.

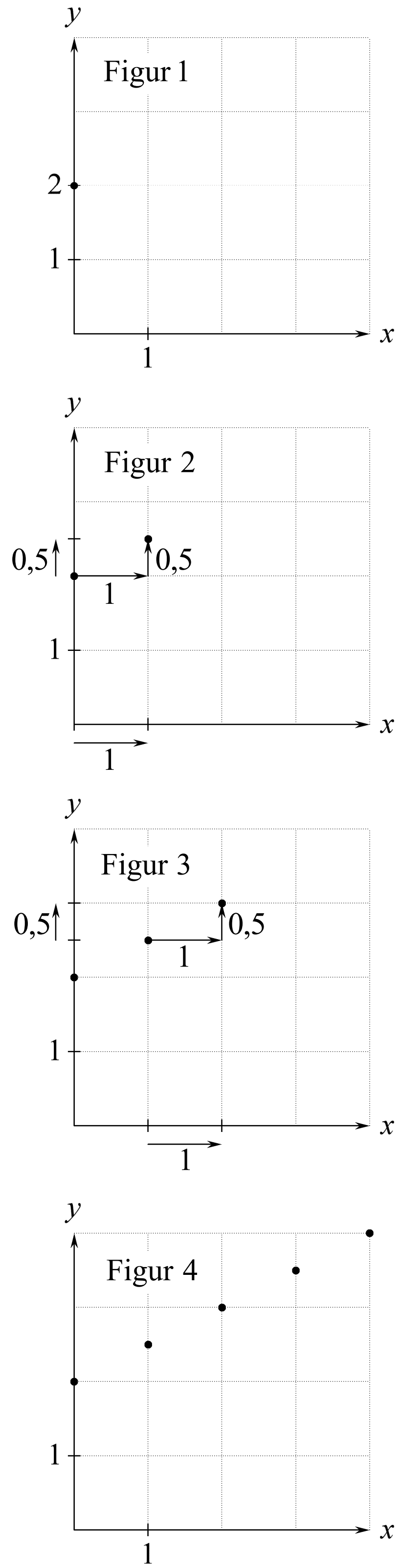
Ligningen er af typen $y = ax + b$ og $a = 20$
så vi skal lægge 20 til y hver gang x bliver én enhed større (ifølge $9b_1$).

Hvis x bliver 15 enheder større, skal vi 15 gange lægge 20 til y, så y bliver $20 \cdot 15 = 300$ enheder større.

Hvis x bliver 2,5 enheder mindre, så vil y blive $20 \cdot 2{,}5 = 50$ enheder mindre.

Hvis x bliver h enheder større, og vi ser at y bliver 284 enheder større, så er $20 \cdot h = 284$ og så er $h = \dfrac{284}{20}$ dvs. x er blevet 14,2 enheder større.

Eksempel 9f: Sådan kan vi tegne grafen når vi har en ligning af typen $y = ax + b$
(i nogle tilfælde hvor tallene er simple)



Ligningen

$$y = 0{,}5x + 2$$

viser sammenhængen mellem to variable x og y.

Ligningen er af typen

$$y = ax + b \ .$$

Tallet på b's plads er 2 så ifølge $9b_2$ gælder

$$y = 2 \text{ når } x = 0 .$$

På figur 1 har vi brugt dette til at tegne et punkt på grafen.

Tallet på a's plads er 0,5 så ifølge $9b_1$ gælder

Vi skal lægge 0,5 til y
hver gang vi gør x en enhed større.

På figur 2 har vi brugt dette til at tegne endnu et grafpunkt.

På figur 3 har vi gentaget dette så der nu er tre grafpunkter.

Ved at gøre det to gange mere får vi figur 4 .

Hvis tallene ikke er simple, så kan vi tegne grafen ved at bruge en af metoderne fra rammen "Opgavetype 3b".

Eksempel 9g: Sådan kan vi tegne grafen når vi har en ligning af typen $y = ax + b$
(i nogle tilfælde hvor tallene er simple)

Ligningen

$$y = 0{,}6x + 5$$

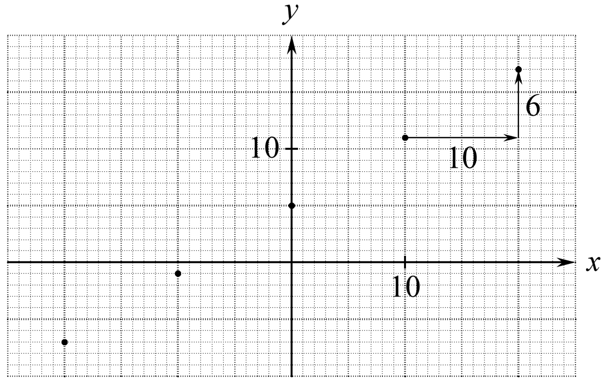
viser sammenhængen mellem to variable x og y.

Ligningen er af typen $y = ax + b$ og $a = 0{,}6$
så vi skal lægge 0,6 til y hver gang vi gør x én enhed større (ifølge $9b_1$).

Altså gælder

Vi skal lægge 6 til y hver gang vi gør x 10 enheder større.

Dette har vi nedenfor brugt til at tegne punkter på grafen.



10: Udregn *a* og/eller *b* i $y = ax+b$.

Opgavetype 10a: Vi har et punkt på grafen.
Vi har tallet på a's plads.
Vi skal udregne b i $y = ax + b$.

Opgave: Punktet $(4, 35)$ ligger på grafen for sammenhængen $y = 8x + b$. Find tallet b.

Metode: Vi indsætter 4 og 35 for x og y i ligningen og får $35 = 8 \cdot 4 + b$
Vi løser denne ligning mht. b og får $b = 3$

Konklusion: $\underline{\underline{b = 3}}$

Opgavetype 10b: Vi har et punkt på grafen.
Vi har tallet på b's plads.
Vi skal udregne a i $y = ax + b$.

Opgave: Punktet $(5, 8)$ ligger på grafen for sammenhængen $y = ax + 18$. Find tallet a.

Metode: Vi indsætter 5 og 8 for x og y i ligningen og får $8 = a \cdot 5 + 18$
Vi løser denne ligning mht. a og får $a = -2$

Konklusion: $\underline{\underline{a = -2}}$

Sætning 10c: Formler for a og b i $y = ax+b$.

Hvis vi kender to punkter (x_1 , y_1) og (x_2 , y_2) på grafen for en lineær sammenhæng

$$y = ax + b$$

så kan vi udregne a og b sådan:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \text{og} \qquad b = y_1 - a \cdot x_1$$

<u>Bevis for sætningen</u>

Da (x_1 , y_1) og (x_2 , y_2) ligger på grafen for $y = ax + b$ er

(1) $\quad y_1 = a \cdot x_1 + b$

(2) $\quad y_2 = a \cdot x_2 + b$

Af (1) får vi

(3) $\quad y_1 - a \cdot x_1 = b$ ← Dette er formlen for b

Vi indsætter dette i (2) og får

$$y_2 = a \cdot x_2 + (y_1 - a \cdot x_1)$$

hvoraf

$$y_2 - y_1 = a \cdot x_2 - a \cdot x_1$$

$$y_2 - y_1 = a \cdot (x_2 - x_1)$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{a \cdot (x_2 - x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$ ← Dette er formlen for a

Opgavetype 10d: Vi har to punkter på grafen.
Vi skal udregne tallene a og b i $y = ax + b$.

Opgave 1: Punkterne $(x, y) = (-7\,,\ 1)$ og $(x, y) = (8,\ 4)$ ligger på grafen for sammenhængen $y = ax + b$. Find tallene a og b .

Metode 1. Vi løser ligningssystem uden hjælpemidler:

Da $(x, y) = (-7\,,\ 1)$ og $(x, y) = (8,\ 4)$ ligger på grafen, er

(1) $1 = a \cdot (-7) + b$

(2) $4 = a \cdot 8 + b$

Af (1) får vi

(3) $1 + 7a = b$

Vi indsætter dette i (2) og får

$$4 = 8a + (1 + 7a)$$

hvoraf

$$3 = 15a$$

$$\frac{3}{15} = \frac{15a}{15}$$

$$0{,}2 = a$$

Dette indsætter vi i (3) og får

$$1 + 7 \cdot 0{,}2 = b$$

hvoraf

$$2{,}4 = b$$

Metode 2: Nspire løser ligningssystem:

Da $(x, y) = (-7\,,\ 1)$ og $(x, y) = (8,\ 4)$ ligger på grafen, er

$$1 = a \cdot (-7) + b$$

$$4 = a \cdot 8 + b$$

Nspire løser dette ligningssystem mht. a og b og får

$$a = 0{,}2 \quad \text{og} \quad b = 2{,}4$$

Sådan tastede vi på Nspire:

```
solve(1=a·-7+b and 4=a·8+b,a,b)
                        a=0.2 and b=2.4
```

Metode 3. Vi indsætter i formler for a og b :

Af $(x_1, y_1) = (-7\,,\ 1)$ og $(x_2, y_2) = (8,\ 4)$ får vi

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{8 - (-7)} = \frac{3}{15} = 0{,}2$$

$$b = y_1 - a \cdot x_1 = 1 - 0{,}2 \cdot (-7) = 2{,}4$$

Metode 4. Nspire laver lineær regression:

Vi indtaster de to punkter, vælger lineær regression og får $y = 0{,}2x + 2{,}4$

Konklusion: $a = 0{,}2$ og $b = 2{,}4$

Dette er konklusionen i **Opgave 1** uanset om vi bruger Metode 1, 2, 3 eller 4.

Opgave 2: Punkterne $(x, y) = (-7\,,\ 1)$ og $(x, y) = (8,\ 4)$ ligger på grafen for en lineær sammenhæng. Find en ligning for denne sammenhæng.

Konklusion: $y = 0{,}2x + 2{,}4$ er ligningen for den lineære sammenhæng.

Metoder er ens for opgave 1 og 2.

Opgavetype 10e: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi har to punkter på grafen.
Vi skal udregne tallene a og b i $y = ax + b$.

<u>Opgave:</u> Der er en lineær sammenhæng mellem temperatur og overskud.

Når temperaturen er –3 °C , er overskuddet 12 mio. kr.
Når temperaturen er 5 °C , er overskuddet 28 mio. kr.

Skriv en ligning der viser sammenhængen mellem temperatur og overskud.

<u>Metode:</u> Vi sætter

x = temperatur (målt i °C)
y = overskud (målt i mio. kr.)

Det er nødvendigt at fortælle læseren dette da det ikke står i opgaven.

Der er oplyst to x-værdier og tilhørende y-værdier:

Til $x_1 = -3$ svarer $y_1 = 12$.
Til $x_2 = 5$ svarer $y_2 = 28$.

Da sammenhængen er lineær, er den søgte ligning på formen $y = ax + b$, og

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{28 - 12}{5 - (-3)} = \frac{16}{8} = 2$$

$$b = y_1 - a \cdot x_1 = 12 - 2 \cdot (-3) = 18$$

Alle fire metoder fra Opgavetype 10d kan bruges her.

<u>Konklusion:</u> Ligningen $\underline{\underline{y = 2x + 18}}$ viser sammenhængen mellem

temperaturen x i °C og overskuddet y i mio. kr.

Opgavetype 10f: Vi har en lineær graf.
Vi skal finde tallene a og b i $y = ax + b$.

<u>Opgave:</u> Grafen viser sammenhængen mellem to variable x og y.
Find en ligning for denne sammenhæng.

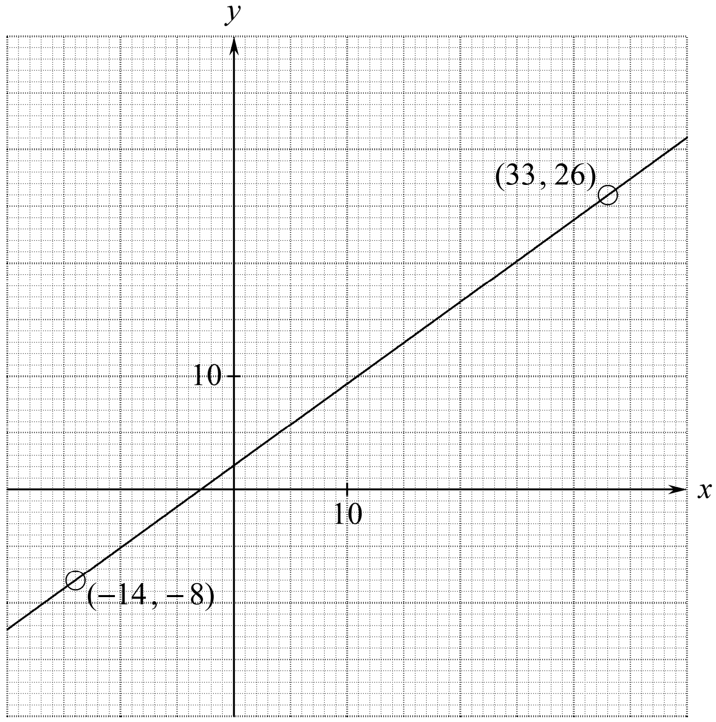
<u>Metode:</u> Da grafen er en ret linje, er ligningen af typen $y = ax + b$.

For at kunne udregne a og b skal vi bruge koordinaterne til to punkter på grafen.
For at få stor nøjagtighed vælger vi de to punkter så

- de er nemme at aflæse
- de ligger langt fra hinanden.

Vi aflæser de to punkters koordinater og får $(-14, -8)$ og $(33, 26)$.
På figuren har vi tegnet en cirkel omkring hvert af de to punkter.

Hvis vi i stedet havde tegnet en prik eller et kryds, så ville læseren ikke kunne se hvor nøjagtigt vi havde aflæst.



Nu kan vi udregne a og b ved at bruge en af de fire metoder i rammen "Opgavetype 10d"

<u>Konklusion:</u> Ligningen for sammenhængen er $\underline{\underline{y = 0{,}723x + 2{,}13}}$.

Eksempel 10g: Lineær regression.

Vi tager et termometer ud af køleskabet og aflæser det nogle gange.

g = temperatur i °C

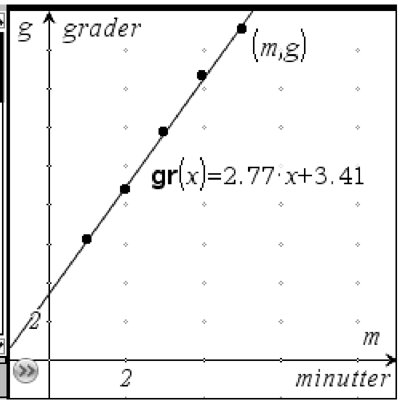
m = antal minutter efter at termometeret blev taget ud af køleskabet.

Vi taster de målte tal så m kommer på den vandrette akse, og g kommer på den lodrette.

Nspire laver lineær regression på tallene og får

(1) $$g = 2{,}77 \cdot m + 3{,}41 \ .$$

	A m	B g
◆		
1	1	6.2
2	2	8.8
3	3	11.8
4	4	14.7
5	5	17.1
6		
B6		



På skærmen ser vi:

Den rette linje der er graf for (1).

Punkterne der viser de målte tal.

Vi ser:

Sammenhængen (1) giver en god beskrivelse af temperaturen i tidsrummet fra 1 til 5 minutter efter udtagning fra køleskab.

Når vi får Nspire til at lave lineær regression på en tabel, så udregner Nspire den ligning af typen $y = ax + b$ som bedst passer med tabellens tal. Nspire udregner tallene a og b ved at sætte tabellens tal ind i nogle indviklede formler. Hvis vi kun havde en simpel lommeregner, så måtte vi selv sætte tallene ind i disse formler.

Eksempel 10h Fortsættelse af Eksempel 10g .

I eksempel 10g undersøgte vi kun målingerne fra 1 til 5 minutter efter udtagningen.

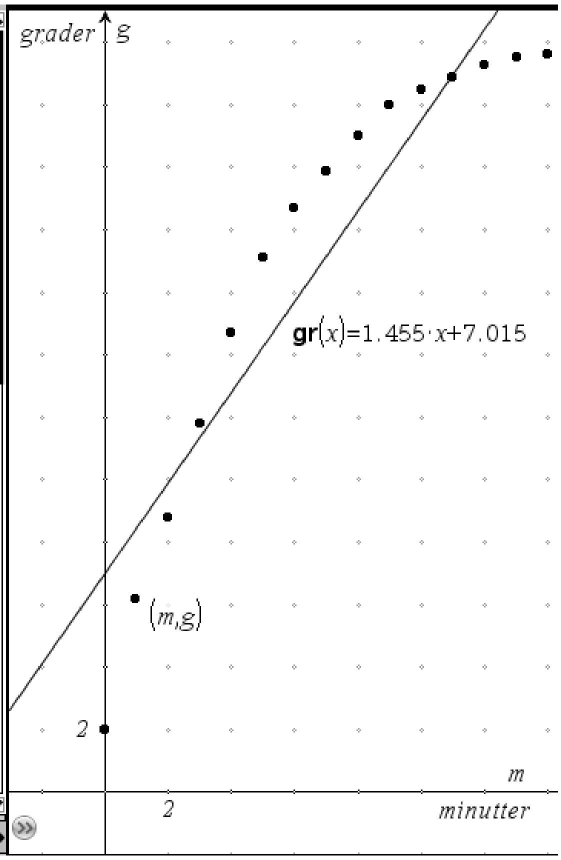
På figuren til højre har Nspire lavet lineær regression på målingerne fra 0 til 14 minutter efter udtagningen.

Den rette linje er graf for den lineære sammenhæng der passer bedst med de målte tal.

Prikkerne viser de målte tal.

Vi ser at vi ikke kan bruge en lineær sammenhæng til at give en god beskrivelse af temperaturen i de første 14 minutter efter udtagningen..

	A m	B g
◆		
1	0	2.
2	1	6.2
3	2	8.8
4	3	11.8
5	4	14.7
6	5	17.1
7	6	18.7
8	7	19.9
9	8	21.
10	9	22.
11	10	22.5
12	11	22.9
13	12	23.3
14	13	23.5
15	14	23.6
16		
17		
A3	2	



Opgavetype 10i: Lineær regression.

Opgave: Vi har målt længde og bredde for nogle komponenter:

længde i cm	11,5	12,5	13,5	14,5	15,5
bredde i cm	5,1	5,3	5,9	6,1	6,6

Sammenhængen mellem længde og bredde kan med god tilnærmelse beskrives ved en ligning af typen $y = ax + b$.

Find tallene a og b.

Metode: Vi indtaster tallene sådan at

længde kommer på den vandrette akse og
bredde kommer på den lodrette akse.

Nspire laver lineær regression på de indtastede tal og får

$y = 0{,}38x + 0{,}67$.

Konklusion: $\underline{\underline{a = 0{,}38}}$ og $\underline{\underline{b = 0{,}67}}$

Opgavetype 10j: Regression, årstal.

Opgave: Tabellen viser antallet af boliger i et bestemt område.

Årstal	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Antal boliger	133	170	186	218	232	247

Antallet af boliger kan med god tilnærmelse beskrives ved en ligning af typen $y = ax + b$ hvor y er antallet af boliger, og x er antal år efter 1998.

Find tallene *a* og *b*.

Metode: Vi taster følgende tabel:

x	0	2	4	6	8	10
y	133	170	186	218	232	247

Vi taster ikke årstal da x ikke er årstallet.

Nspire laver lineær regression på denne tabel og får $y = 13{,}1857x + 136{,}238$

Konklusion: $\underline{\underline{a = 13{,}2 \quad \text{og} \quad b = 136}}$

11: To sammenhænge.

Eksempel 11a: Vi sammenligner to lineære sammenhænge.

Følgende ligninger viser to lineære sammenhænge:

$$y = 0{,}25x + 7 \quad \text{og} \quad y = 0{,}5x + 1$$

Når $x = 10$ er

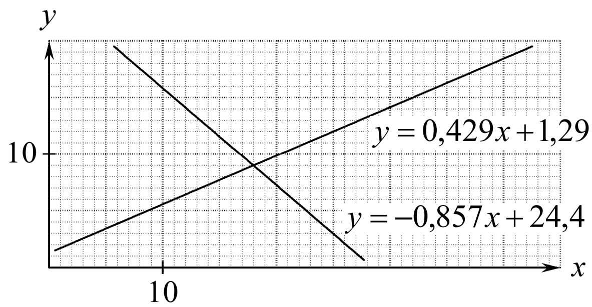
$$0{,}25x + 7 \;=\; 0{,}25 \cdot 10 + 7 \;=\; 9{,}5$$

$$0{,}5x + 1 \;=\; 0{,}5 \cdot 10 + 1 \;=\; 6$$

Vi vil finde det tal vi skal sætte x lig for at $0{,}25x + 7$ og $0{,}5x + 1$ giver samme resultat.
Vi skal altså finde x så

$$0{,}25x + 7 \;=\; 0{,}5x + 1$$

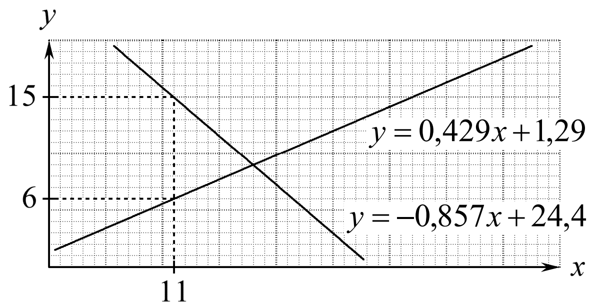
Vi løser denne ligning mht. x og får $x = 24$.



Figuren viser graferne for de to sammenhænge

$$y = 0{,}429x + 1{,}29$$

$$y = -0{,}857x + 24{,}4$$



På figuren er vist hvordan vi har aflæst at

når $x = 11$ er

$$0{,}429x + 1{,}29 \;=\; 6$$

$$-0{,}857x + 24{,}4 \;=\; 15$$

På samme måde kan vi aflæse at

når $x = 25$ er

$$0{,}429x + 1{,}29 \;=\; 12$$

$$-0{,}857x + 24{,}4 \;=\; 3$$

og at

når $x = 18$ er

$$0{,}429x + 1{,}29 \;=\; 9$$

$$-0{,}857x + 24{,}4 \;=\; 9$$

Af figuren ser vi:

Når vi sætter $x = 18$ giver $0{,}429x + 1{,}29$ og $-0{,}857x + 24{,}4$ samme y-værdi.

Udtrykket $0{,}429x + 1{,}29$ giver mindre y-værdi end $-0{,}857x + 24{,}4$ når x er mindre end 18, og større y-værdi når x er større end 18.

Opgavetype 11b: Vi har to ligninger af typen $y = ax + b$.
Vi skal finde det tal x som giver samme y-værdi i de to ligninger.

Opgave: Ligningerne $y = 0{,}25x + 7$ og $y = 0{,}5x + 1$ viser to sammenhænge mellem variable x og y.

Find den værdi af x som giver samme y-værdi i de to sammenhænge.

Metode: Vi skal finde x så

$$0{,}25x + 7 \; = \; 0{,}5x + 1$$

Vi løser denne ligning mht. x.

og får $x = 24$.

Læseren skal kunne se hvordan du har løst ligningen. Du kan vælge mellem flere måder at løse ligningen på.

Konklusion: x-værdien $\underline{\underline{24}}$ giver samme y-værdi i de to sammenhænge.

Opgavetype 11c: Opgave om virkeligheden som vi kan oversætte til:
Vi har to ligninger af typen $y = ax + b$.
Vi skal finde det tal x som giver samme y-værdi i de to ligninger.

Opgave: I en have planter vi to planter A og B. Der gælder

$$m = 0{,}65t + 14{,}5 \qquad \text{og} \qquad n = 0{,}85t + 7{,}3$$

hvor m er højden i cm af A, n er højden i cm af B, og t er antal døgn efter plantetidspunktet.

Hvornår har planterne samme højde?

Metode: Vi skal finde den værdi af t hvor

$$0{,}65t + 14{,}5 \; = \; 0{,}85t + 7{,}3$$

Vi løser denne ligning mht. t og får $t = 36$

Konklusion: Planterne har samme højde $\underline{\underline{\text{36 døgn efter plantetidspunktet}}}$.

Opgavetype 11d:

Vi har to ligninger af typen $y = ax + b$.
Vi skal finde koordinatsættet til grafernes skæringspunkt.

Opgave: Find koordinatsættet til skæringspunktet mellem graferne for de to sammenhænge $y = 1{,}2x - 7{,}4$ og $y = 0{,}6x + 2{,}8$

Metode 1: Skæringspunktets x-koordinat er den x-værdi hvor de to ligninger giver samme y-værdi, dvs hvor

$$1{,}2x - 7{,}4 = 0{,}6x + 2{,}8 \ .$$

Vi løser denne ligning mht. x og får

$$x = 17 \ .$$

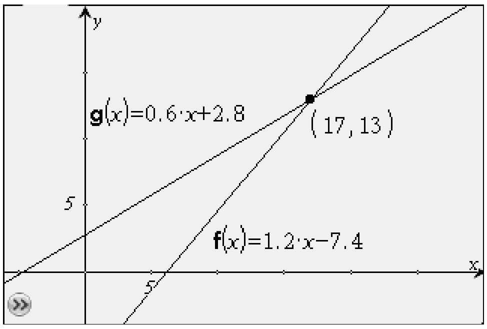
Skæringspunktet ligger på grafen for $y = 0{,}6x + 2{,}8$ og har derfor y-koordinaten

$$y = 0{,}6 \cdot 17 + 2{,}8 = 13 \ .$$

Metode 2: Vi får Nspire til at tegne de to grafer.

Vi ændrer udsnittet af koordinatsystemet så vi kan se skæringspunktet.

Vi får Nspire til at finde skæringspunktet og får $(17, 13)$.



Konklusion: Skæringspunktet er $\underline{\underline{(17, 13)}}$

Opgave 11e:

Vi skal finde ud af hvornår en variabel er større end en anden.

Opgave: To forretninger A og B starter samtidigt salget af en vare.

Når x = dage efter salgets start og y = varens pris i kr.

er A: $y = -3{,}5x + 2239$ B: $y = -2x + 1888$

Hvornår er A billigst?

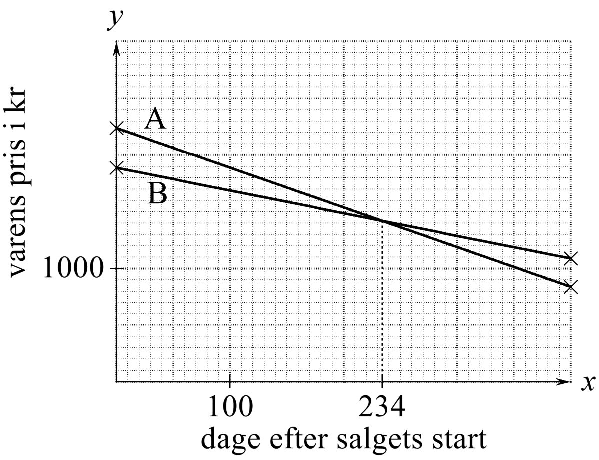
Metode: Vi bestemmer først x så de to priser er ens, dvs. så

$$-3{,}5x + 2239 = -2x + 1888$$

Vi løser denne ligning mht. x og får $x = 234$.

Vi tegner graferne for de to sammenhænge med metoden fra rammen "Opgavetype 3b".

På figuren ser vi at A's y-værdi er mindre end B's når x er større end 234 .



Konklusion: Efter dag 234 er A billigst.

Af ligningerne ser vi (ifølge Sætning 9b):
A: prisen falder 3,50 kr. hver dag
B: prisen falder 2,00 kr. hver dag

Efter det tidspunkt hvor priserne er ens i A og B, må prisen i A altså være mindst.
Denne begrundelse kan vi bruge i stedet for at se på graferne.

12: Skrivemåden $f(x)$.

Eksempel 12a: Skrivemåden $h(t)$, $f(x)$, $pris(m)$ osv.

Vi vil forklare skrivemåden ved hjælp af følgende eksempel:

h = højden af en plante (i cm)

t = antal uger efter udplantningen

Hvis h er variablen på den lodrette akse, kan vi bruge følgende skrivemåder:

12a$_1$	$h(3)$	er højden efter 3 uger
12a$_2$	$h(3)$	er y-koordinaten til grafpunktet med x-koordinat 3
12a$_3$	$h(3) = 21{,}3$	højden efter 3 uger er 21,3 cm
12a$_4$	$h(3) = 21{,}3$	grafpunktet med x-koordinat 3 har y-koordinat 21,3
12a$_5$	$h(t) = 25$	t er et tidspunkt hvor højden er 25 cm
12a$_6$	$h(t) = 25$	t er x-koordinat til et grafpunkt som har y-koordinat 25

Ligning for sammenhængen mellem h og t :

$$h = 1{,}7 \cdot t + 16{,}2$$

Forskrift for funktionen h :

$$h(t) = 1{,}7 \cdot t + 16{,}2$$

Denne forskrift kan vi fx bruge til at udregne højden efter 3 uger:

$$h(3) = 1{,}7 \cdot 3 + 16{,}2 = 21{,}3$$

dvs. efter 3 uger er højden $\underline{\underline{21{,}3\,\text{cm}}}$

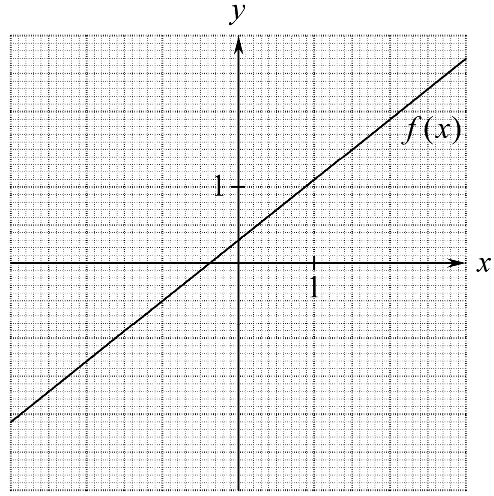
Billedet viser grafen for en funktion $f(x)$.

På grafen kan vi aflæse at

$$f(0{,}5) = 0{,}7$$

og

$$f(-2) = -1{,}3$$



Opgavetyper 12b: Eksempler på opgaver hvor vi har forskriften for en funktion $f(x)$.

Opgave: Vi har følgende to funktioner:

$$f(x) = 1{,}4x + 2{,}6 \quad \text{og} \quad g(x) = 1{,}8x + 1{,}6$$

(a) Find $f(3{,}0)$.

(b) Løs ligningen $f(x) = 7{,}5$

(c) Løs ligningen $f(x) = g(x)$

(d) Hvor mange enheder bliver $f(x)$ større når x bliver $4{,}5$ enheder større?

Svar på (a): $f(3{,}0) = 1{,}4 \cdot 3{,}0 + 2{,}6 = 6{,}8$

Konklusion: $f(3{,}0) = \underline{\underline{6{,}8}}$

Svar på (b): Ligningen

$$f(x) = 7{,}5$$

dvs.

$$1{,}4x + 2{,}6 = 7{,}5$$

løser vi mht. x og får $x = 3{,}5$.

Konklusion: Ligningens løsning er $x = \underline{\underline{3{,}5}}$

Svar på (c): Ligningen

$$f(x) = g(x)$$

dvs.

$$1{,}4x + 2{,}6 = 1{,}8x + 1{,}6$$

løser vi mht. x og får $x = 2{,}5$.

Konklusion: Ligningens løsning er $x = \underline{\underline{2{,}5}}$

Svar på (d): Metode 1: Vi ændrer x fra 0 til $4{,}5$. Så er x blevet $4{,}5$ enheder større.

$$f(0) = 2{,}6 \quad \text{og} \quad f(4{,}5) = 8{,}9$$

$$8{,}9 - 2{,}6 = 6{,}3$$

Metode 2: Forskriften er af typen $f(x) = ax + b$ med $a = 1{,}4$, så y-værdien $f(x)$ bliver 1,4 enheder større når x bliver 1 enhed større.

$$1{,}4 \cdot 4{,}5 = 6{,}3$$

Konklusion: $f(x)$ bliver $\underline{\underline{6{,}3}}$ enheder større når x bliver $4{,}5$ enheder større.

Opgavetyper 12c: Eksempler på opgaver om virkeligheden hvor vi har forskriften for en funktion $f(x)$.

Opgave: Tilskuddet til et kursus er fastlagt ved funktionen

$$f(x) = 2\,440\,x + 308\,000$$

hvor $f(x)$ er tilskuddet i kr. og x er antal kursister der består.

(a) Find tallet $f(450)$ og skriv hvad det fundne tal fortæller om tilskuddet.

(b) Find løsningen til ligningen $f(x) = 1\,500\,000$ og skriv hvad den fundne løsning fortæller om tilskuddet.

(c) Hvad er tilskuddet hvis 200 består?

(d) Hvor mange skal bestå for at tilskuddet bliver 1 000 000 kr.?

Svar på (a): $f(450) \;=\; 2\,440 \cdot 450 + 308\,000 \;=\; 1\,406\,000$

$450 \;=\; x \;=\;$ antal der består
$1\,406\,000 \;=\; f(x) \;=\;$ tilskuddet

Konklusion: $f(450) \;=\; \underline{\underline{1\,406\,000}}$

Dvs. tilskuddet er 1 406 000 kr. når 450 består.

Svar på (b): Ligningen

$$f(x) = 1\,500\,000$$

dvs.

$$2\,440\,x + 308\,000 \;=\; 1\,500\,000$$

løser vi mht. x og får $x \;=\; 488{,}525$.

Konklusion: Ligningens løsning er $x \;=\; \underline{\underline{488{,}525}}$

Dvs. tilskuddet er 1,5 mio. kr. hvis 489 består.

Svar på (c): $f(200) \;=\; 2\,440 \cdot 200 + 308\,000 \;=\; 796\,000$

Konklusion: Tilskuddet er $\underline{\underline{796\,000 \text{ kr.}}}$ hvis 200 består.

Svar på (d): Ligningen

$$f(x) = 1\,000\,000$$

dvs.

$$2\,440\,x + 308\,000 \;=\; 1\,000\,000$$

løser vi mht. x og får $x \;=\; 283{,}607$.

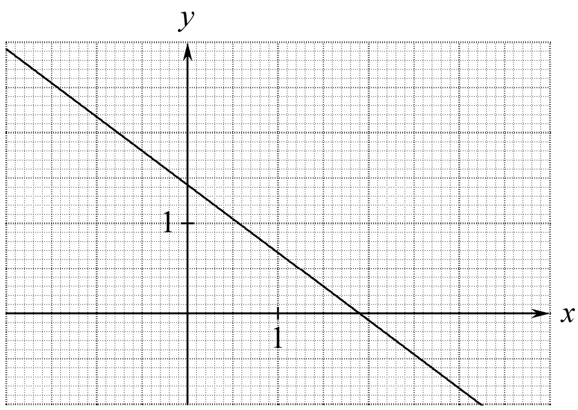
Konklusion: Tilskuddet er 1 mio. kr. hvis $\underline{\underline{284}}$ består.

Opgavetype 12d: Eksempler på opgaver hvor vi har grafen for en funktion $f(x)$.

Opgave: På billedet er grafen for en funktion $f(x)$.

(a) Find tallet $f(2{,}7)$.

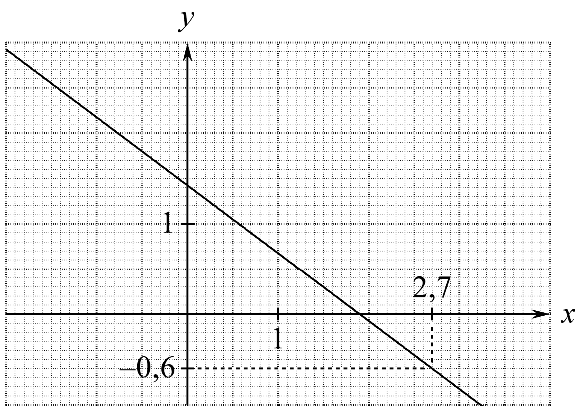
(b) Find det tal der er løsning til ligningen $f(x) = 2{,}4$.



Svar på (a): $f(2{,}7)$ er y-koordinat til det punkt på grafen som har x-koordinat 2,7 (ifølge 12a₂).

På billedet har vi vist hvordan vi aflæser følgende:

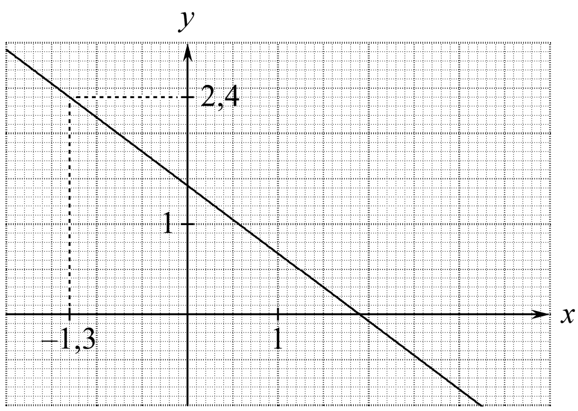
Konklusion: $f(2{,}7) = \underline{\underline{-0{,}6}}$



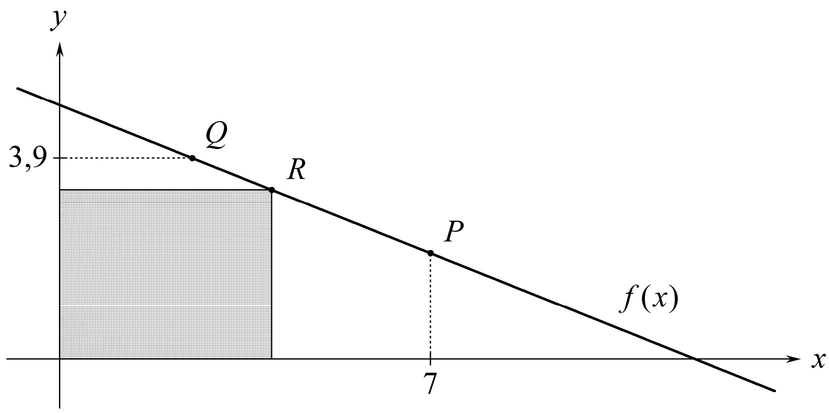
Svar på (b): Når $f(x) = 2{,}4$ er x det tal der er x-koordinat til det punkt på grafen som har y-koordinat 2,4.

På billedet har vi vist hvordan vi aflæser følgende:

Konklusion: $\underline{\underline{-1{,}3}}$ er det tal som er løsning til ligningen $f(x) = 2{,}4$.



Eksempel 12e: Eksempler på opgaver om en figur med grafen for en funktion $f(x)$.



<u>Opgave:</u> Den skrå linje på billedet er grafen for funktionen $f(x) = -0{,}4x + 4{,}8$.

(a) Punktet P har x-koordinaten 7. Udregn P's y-koordinat.

(b) Punktet Q har y-koordinaten 3,9 . Udregn Q's x-koordinat.

(c) Undersøg ved udregning om punktet $S(8{,}5\,,\,1{,}5)$ ligger på grafen for $f(x)$.

(d) Det grå rektangel har bredden 4. Udregn rektanglets højde.

<u>Svar på (a):</u> $f(7)$ er y-koordinaten til P ifølge 12a₂.

$$f(7) \;=\; -0{,}4\cdot 7 + 4{,}8 \;=\; 2$$

<u>Konklusion:</u> P's y-koordinat er $\underline{\underline{2}}$.

<u>Svar på (b):</u> Når $f(x_o) = 3{,}9$ er x_o lig x-koordinaten til Q ifølge 12a₆.

Ligningen

$$f(x_o) = 3{,}9$$

dvs.

$$-0{,}4\cdot x_o + 4{,}8 \;=\; 3{,}9$$

løser vi mht. x_o og får $x_o = 2{,}25$.

<u>Konklusion:</u> Q's x-koordinat er $\underline{\underline{2{,}25}}$.

<u>Svar på (c):</u> $S(8{,}5\,,\,1{,}5)$ ligger på grafen hvis $f(8{,}5) = 1{,}5$ ifølge 12a₂.

$$f(8{,}5) \;=\; -0{,}4\cdot 8{,}5 + 4{,}8 \;=\; 1{,}4$$

Da 1,4 er forskellig fra 1,5 , slutter vi:

<u>Konklusion:</u> $\underline{\underline{S \text{ ligger ikke på grafen}}}$.

<u>Svar på (d):</u> Da rektanglets bredde er 4, er R's x-koordinat 4. Rektanglets højde er R's y-koordinat. R's y-koordinat er $f(4)$ (ifølge 12a₂).

$$f(4) \;=\; -0{,}4\cdot 4 + 4{,}8 \;=\; 3{,}2$$

<u>Konklusion:</u> Rektanglets højde er $\underline{\underline{3{,}2}}$.