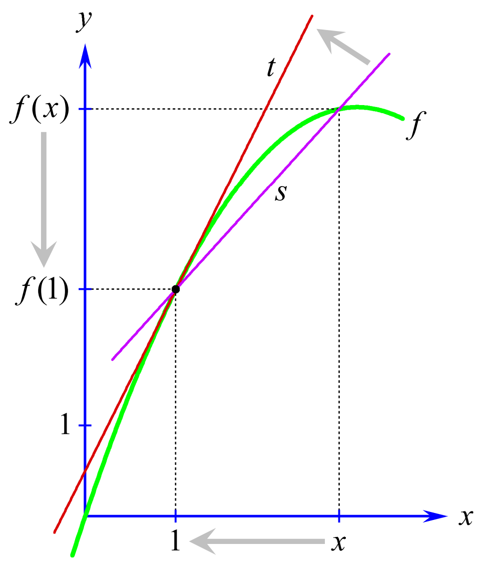
Øvelser

til hæftet

Differentialregning for gymnasiet og hf

Udgave 2



2011 Karsten Juul

Øvelserne i dette hæfte får eleverne til at opdage hvad det er der foregår i differentialregningen. Dette opnår man ikke ved en undervisning hvor de fleste elevers selvstændige beskæftigelse med emnet hovedsagelig består i at efterligne udregninger i besvarelser af eksamensopgaver.

Øvelser til hæftet "Differentialregning for gymnasiet og hf. Udgave 2."

Dette hæfte kan downloades fra www.mat1.dk

Øvelse 1.1

I koordinatsystemet er tegnet en del af grafen for sammenhængen mellem to variable t og n.

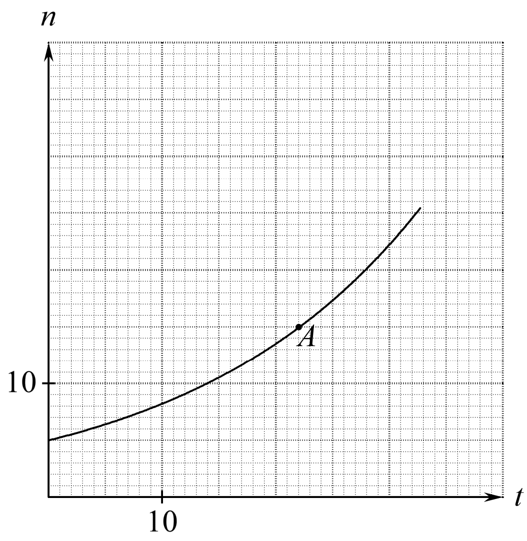
(a) Læs Type 1.1 (i teorihæftet). Hvad er n når t er 14 ?

(b) Læs Type 1.2. Hvad fortæller grafpunktet A om sammenhængen mellem t og n ?

(c) Læs Type 1.3. Tegn det grafpunkt B der giver følgende oplysning: Når t er 35 er n lig 28,5 .

(d) Læs Type 1.4. Vi starter med $t = 22$ og giver t en tilvækst på 2. Hvilken tilvækst får n?

(e) Læs Type 1.5. Når vi starter med $t = 35$ og giver t en tilvækst på 2 så får n tilvæksten 3. Brug dette til at tegne endnu et grafpunkt C.



Øvelse 1.2

På en skærm er der et rektangel. Når vi ændrer bredden, ændres højden automatisk. Figuren viser hvordan højden ændres. På figuren mangler en del af grafen.

(a) Hvad er højden når bredden er 3 ?

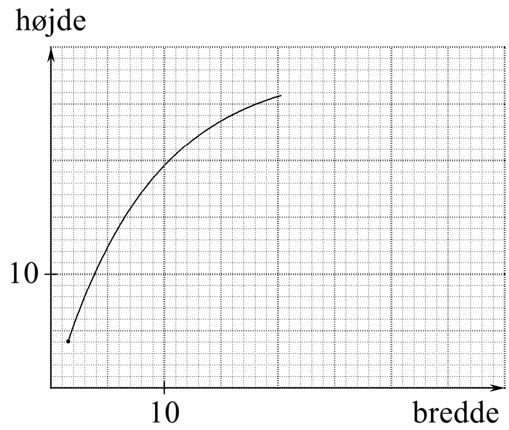
(b) Tegn det punkt A som giver denne oplysning.

(c) Hvad er højden når bredden er 18 ?

(d) Tegn det punkt B som giver denne oplysning.

(e) Vi trækker i rektanglet så bredden bliver 26, og ser at højden er 27. Tilføj det grafpunkt C som viser dette.

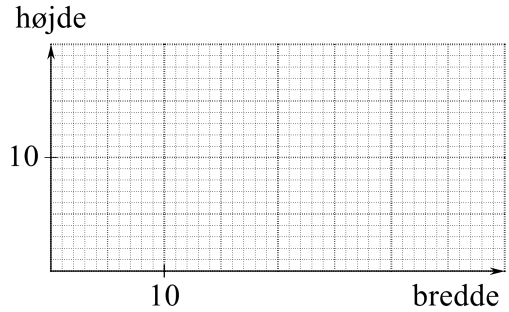
(f) Vi trækker i rektanglet så bredden bliver 37, og ser at højden er 28. Tilføj det grafpunkt D som viser dette.



Øvelse 1.3

På en skærm er et rektangel. Når vi ændrer bredden, ændres højden automatisk. Tegn 6 grafpunkter ud fra følgende:

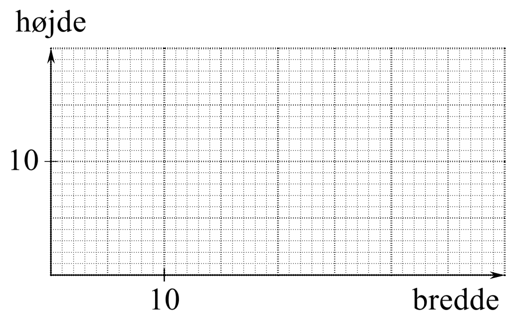
Nu er bredde 5 og højde 3 .
Vi gør bredde 5 enheder større. Højde bliver 1 enhed større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 2 enheder større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 3 enheder større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 4 enheder større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 5 enheder større.



Øvelse 1.4

På en skærm er et rektangel. Når vi ændrer bredde, ændres højde automatisk. Tegn 6 grafpunkter ud fra følgende:

Nu er bredde 5 og højde 2 .
Vi gør bredde 5 enheder større. Højde bliver 3 enhed større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 3 enheder større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 3 enheder større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 3 enheder større.
Vi gør igen bredde 5 større. Højde bliver 3 enheder større.

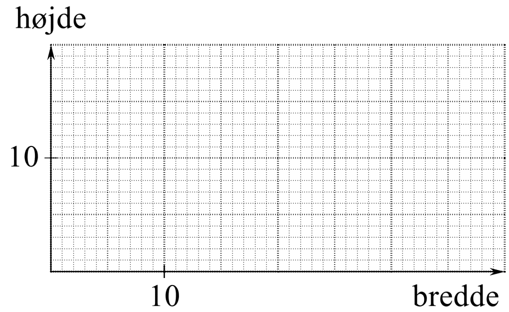


Øvelse 1.5

Tegn en sammenhængende graf så følgende er opfyldt:

Når bredden er 10, er højden størrer end når bredden er 5 eller 20.

Når bredden er 30, er højden størrer end når bredden er 20 eller 35.



Øvelse 2.1

Se på grafen øverst side 2 i teorihæftet.

(a) Når vi starter med $x=1$ og giver x tilvæksten 1, så får y tilvæksten __________

(b) Når vi starter med $x=2$ og giver x tilvæksten 1, så får y tilvæksten __________

(c) Når vi starter med $x=1$ og giver x tilvæksten 2, så får y tilvæksten __________

(d) Når vi starter med $x=1$ og giver x tilvæksten 7, så får y tilvæksten __________

(e) Når vi starter med $x=1$ og giver x tilvæksten $0{,}1$, så får y tilvæksten __________

(f) Når vi kender den tilvækst h som x får, så kan vi finde den tilvækst som y får, ved at udføre følgende udregning: __________

Øvelse 2.2

Læs definitionen og sætningen øverst side 2 i teorihæftet.

(a) Hvad er hældningskoefficienten for grafen øverst på side 2 i teorihæftet?

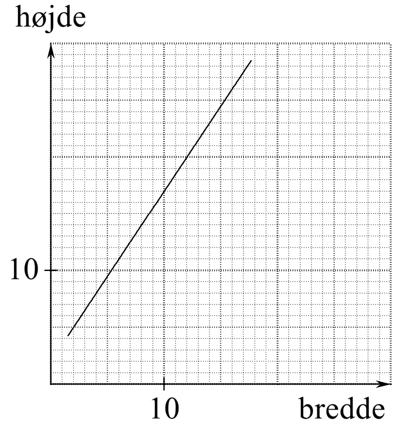
(b) Hvad finder vi når vi ganger hældningskoefficienten med den tilvækst vi giver x?

(c) En anden lineær sammenhæng har hældningskoefficient 3. Hvilken tilvækst får y når vi ændrer x fra 6 til $7{,}5$?

(d) For en bestemt lineær sammenhæng gælder at når vi giver x tilvæksten 4, så får y tilvæksten 2. Hvad er hældningskoefficienten?

Øvelse 2.3

Figuren viser hvordan et rektangels højde ændres når vi ændrer bredden.



(a) Når bredden er 6 er højden _________ .

(b) Når bredden er 8 er højden _________ .

(c) Når vi ændrer bredden fra 6 til 8, så bliver højden _________ enheder større.

(d) Når vi ændrer bredden fra 8 til 10, så bliver højden _________ enheder større.

(e) Når vi gør bredden 2 enheder større, så bliver højden _________ enheder større.

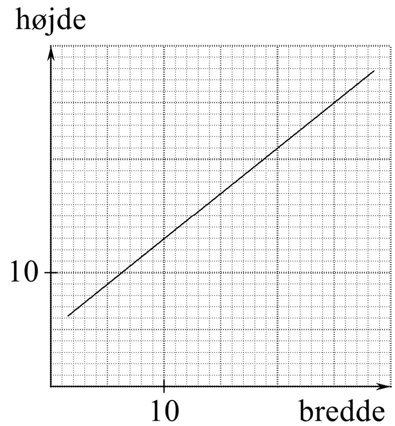
(f) Når vi gør bredden 1 enhed større, så bliver højden _________ enheder større.

(g) Grafens hældningskoefficient er _________ .

(h) En tilvækst vi giver bredden, skal vi gange med _________ for at udregne den tilvækst højden får.

Øvelse 2.4

Figuren viser hvordan et rektangels højde ændres når vi ændrer bredden.



(a) Når vi ændrer bredden fra 5 til 15, så bliver højden _________ enheder større.

(b) Når vi ændrer bredden fra 15 til 25, så bliver højden _________ enheder større.

(c) Når vi gør bredden 10 enheder større, så bliver højden _________ enheder større.

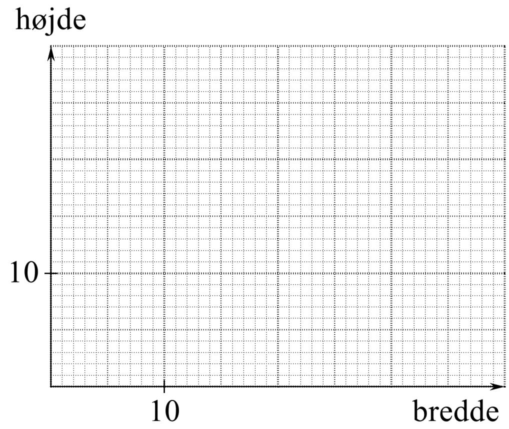
(d) Når vi gør bredden 1 enhed større, så bliver højden _________ enheder større.

(e) Grafens hældningskoefficient er _________ .

(f) En tilvækst vi giver bredden, skal vi gange med _________ for at udregne den tilvækst højden får.

Øvelse 2.5

Om et rektangel gælder:
Når vi gør bredden 1 enhed større,
så bliver højden 0,6 enheder større.



(a) Når vi gør bredden 10 enheder større,
så bliver højden __________ enheder større.

Om rektanglet gælder også:
Når bredden er 2 enheder, er højden 5 enheder.

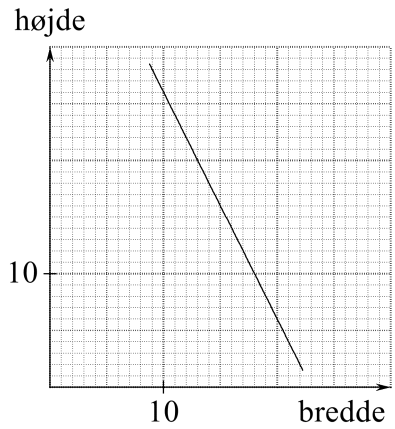
(b) I koordinatsystemet skal du tegne grafen
der viser sammenhængen mellem bredde og højde.

(c) Grafens hældningskoefficient er __________ .

(d) En tilvækst vi giver bredden, skal vi gange med __________
for at udregne den tilvækst højden får.

Øvelse 2.6

Figuren viser hvordan et rektangels højde ændres når vi ændrer bredden.



(a) Når vi ændrer bredden fra 11 til 12 enheder, så bliver højden __________ enheder mindre.

(b) Når vi gør bredden 1 enhed større, så bliver højden __________ enheder mindre.

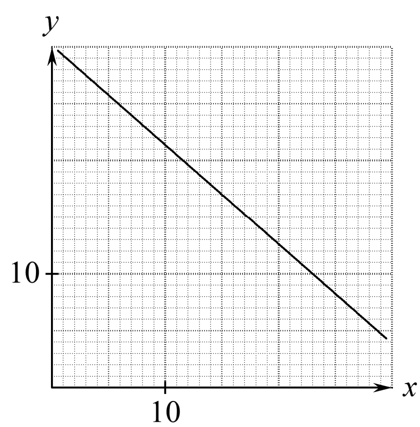
(c) Grafens hældningskoefficient er __________ .

(d) En tilvækst vi giver bredden, skal vi gange med __________
for at udregne den tilvækst højden får.

Øvelse 3.1

(a) Læs den øverste ramme på side 3 i teorihæftet.
Her finder vi en hældningskoefficient.
Hvorfor kan vi ikke finde denne hældningskoefficient
ved at aflæse hvor meget større y bliver
når vi ændrer x fra 10 til 11 ?

(b) Find hældningskoefficienten for grafen til højre.



Øvelse 4.1

Se på figuren nederst side 3 i teorihæftet.

(a) Har tangenten i Q større hældningskoefficient end m ?

Det punkt på grafen som har x-koordinat 23 , kalder vi R .

(b) Hvad er hældningskoefficienten for tangenten i R .

Øvelse 4.2

Brug oplysningerne i Ramme 4 i teorihæftet til at finde svarene på følgende spørgsmål:

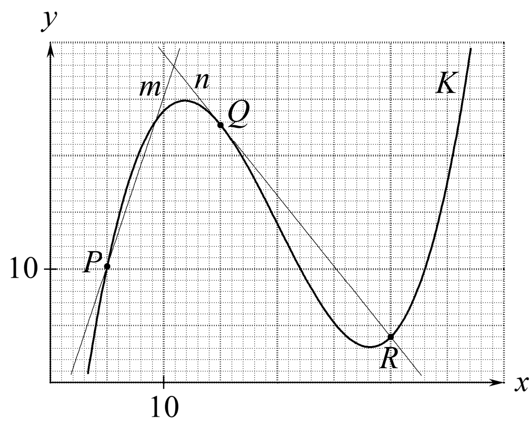
(a) Er linjen n tangent til K-grafen i punktet R ?

(b) Er linjen n tangent til K-grafen i punktet Q ?

(c) Er linjen m tangent til K-grafen i punktet P ?

(d) Har tangenten i P større hældningskoefficient end linjen m ?

(e) Tangenten i R kalder vi l . Har hældningskoefficienten for l samme fortegn som hældningskoefficienten for n ?



Øvelse 5.1

Spørgsmålene drejer sig om figuren på side 4 i teorihæftet:

(a) Vi starter med $x = 300$ og giver x en tilvækst på 200. Hvad er så y-tilvæksten for g og for f ?

Brug definition 5.1 i teorihæftet til at besvare følgende to spørgsmål om f :

(b) Hvad er differentialkvotienten i tallet $x = 500$?

(c) Er differentialkvotienten i tallet $x = 100$ større end differentialkvotienten i tallet $x = 300$?

Brug sætning 5.2 i teorihæftet til at besvare følgende spørgsmål om f :

(d) Vi starter med $x = 300$ og giver x en tilvækst på 2 . Hvad er så y-tilvæksten cirka lig?

Øvelse 5.2

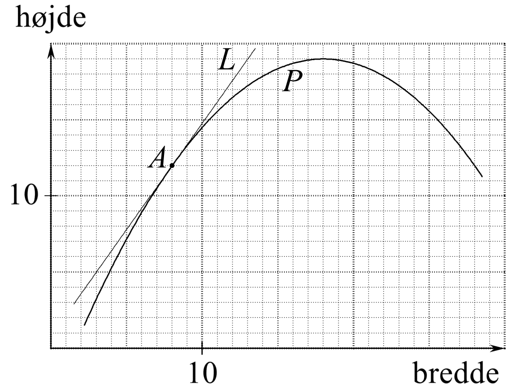
På figuren viser den ene graf sammenhængen mellem bredde og højde for et rektangel L , og den anden graf viser sammenhængen mellem bredde og højde for et andet rektangel P . L-grafen er tangent til P-grafen i punktet A .

(a) Når vi ændrer bredden i L-rektanglet fra 8 til 13, så bliver højden __________ enheder større.

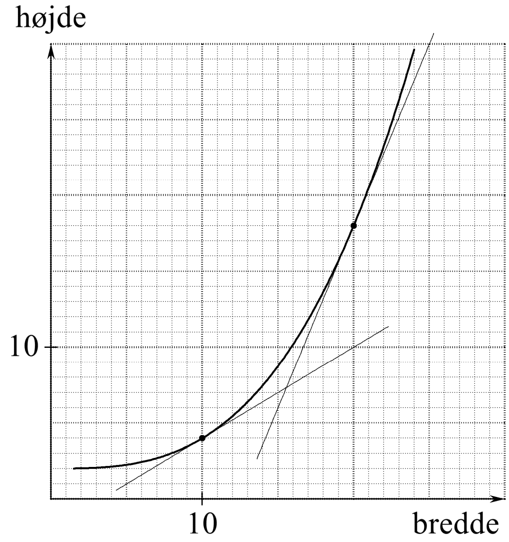
(b) Når vi gør L-rektanglets bredde 1 enhed større, så bliver højden __________ enheder større.

(c) For P-rektanglet gælder at når bredden ændres fra 8 til 8,1 så bliver højden ca. __________ enheder større.

(d) For P-funktionen gælder at i tallet $x = 8$ er differentialkvotienten __________ .



Øvelse 5.3



Vi kan ændre bredden af et rektangel der er på en skærm. Grafen viser højden y som funktion bredden x .

(a) Hvad er y når $x = 10$?

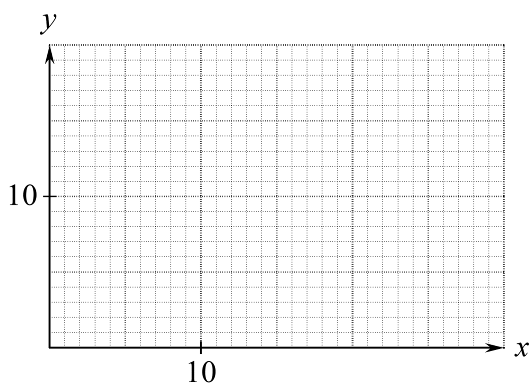
(b) Hvad er y' når $x = 10$?

(c) Hvilken tilvækst (ca.) får y når vi ændrer x fra 10 til 10,01?

(d) Hvilken tilvækst (ca.) får y når vi ændrer x fra 10 til 10,05?

(e) Hvis $x = 20$ og vi giver x en lille tilvækst (vi kender), hvordan kan vi så med god tilnærmelse udregne den tilvækst som y vil få?

Øvelse 5.4



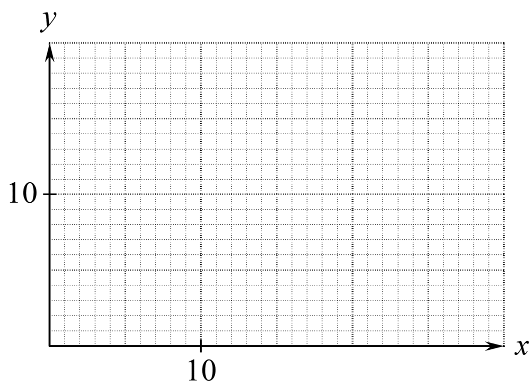
Tegn en eller anden krum graf så der både gælder

når $x = 10$ er $y' = -0{,}5$

og

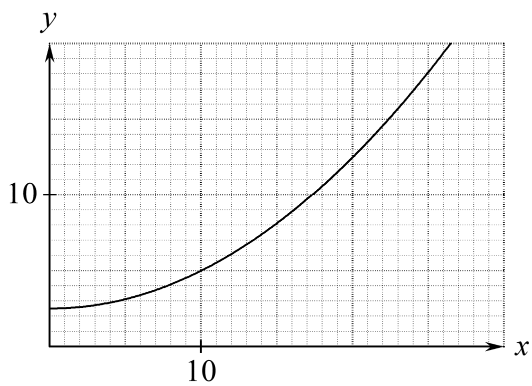
når $x = 25$ er $y' = 2$.

Øvelse 5.5



Tegn en eller anden krum graf så der gælder at hvis $x = 15$ og vi giver x en lille tilvækst, så vil y-tilvæksten være ca. lig 0,8 gange x-tilvæksten, uanset hvad x-tilvæksten er, blot den ikke er for stor.

Øvelse 6.1



Figuren viser grafen for en funktion.
Afgør for hver af følgende påstande om den er rigtig?

1. Når $x = 10$ og vi giver x en tilvækst på 0,4 så vil y-tilvæksten være ca. 0,1 .
2. Når $x = 10$ og vi giver x en tilvækst på 14 så vil y-tilvæksten være ca. 7 .
3. Når $x = 10$ og vi giver x tilvæksten 0,6 så vil y-tilvæksten være ca. 0,3 .

Øvelse 7.1

Spørgsmålene i denne opgave drejer sig om den situation der er beskrevet i ramme 7.

(a) Hvad er marginalomkostningerne når vi fremstiller 50 meter?

(b) Hvis vi fremstiller 51 meter i stedet for 50 meter, hvor meget større vil omkostningerne så blive?

(c) Hvis vi fremstiller 51 meter i stedet for 50 meter, hvor meget større vil fortjenesten så blive?

Øvelse 7.2

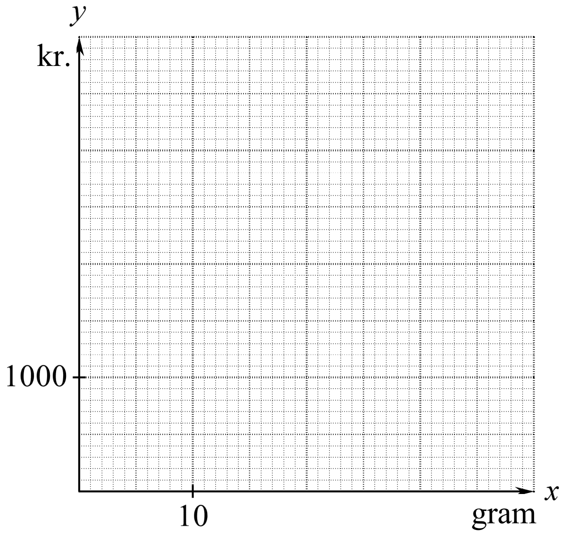
Vi fremstiller en vare. Omkostningerne i kr. afhænger af hvor mange gram vi fremstiller.

(a) Tegn en krum graf for omkostningerne så:

Når vi fremstiller 10 gram er marginalomkostningerne 100 kr.

Når vi fremstiller 20 gram er marginalomkostningerne 20 kr.

Når vi fremstiller 30 gram er marginalomkostningerne 50 kr.



Vi kan sælge hvert gram for 50 kr.

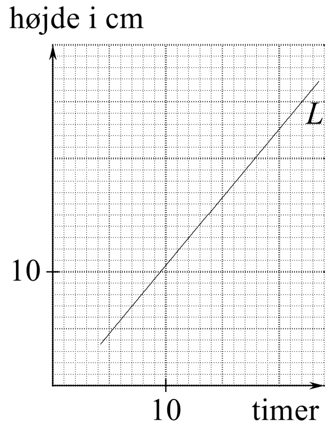
(b) Hvis vi fremstiller 10 gram, hvad sker der så med fortjenesten hvis vi fremstiller 1 gram mere?

(c) Hvis vi fremstiller 20 gram, hvad sker der så med fortjenesten hvis vi fremstiller 1 gram mere?

(d) Hvis vi fremstiller 30 gram, hvad sker der så med fortjenesten hvis vi fremstiller 1 gram mere?

Øvelse 8.1

På en skærm er der et rektangel L som ændrer højde, og et ur. Grafen viser hvordan højden ændres.



(a) Hvad er højden kl. 12?

(b) Hvor meget større bliver højden på 5 timer?

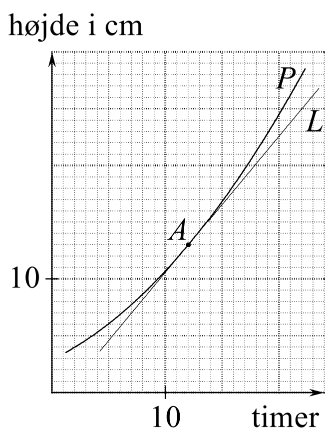
(c) Udregn hvor meget større højden bliver på 1 time.

(d) Udregn hvor meget større højden bliver på 0,5 timer.

(e) Hvor mange cm pr. time er væksthastigheden?

Øvelse 8.2

På figuren viser P-grafen hvordan højden af et rektangel vokser.
L-grafen viser hvordan rektanglet fra øvelse 8.1 vokser.
L-grafen er tangent til P-grafen i punktet A.
Spørgsmålene drejer sig om P-rektanglets højde.



(a) Hvad er højdens væksthastighed kl. 12?

(b) Udregn hvor meget større (ca.) højden bliver fra kl. 12 til kl. 14 .

(c) Udregn hvor meget større (ca.) højden bliver fra kl. 12 til kl. 12:30 .

Øvelse 8.3

Vi udsætter nogle dyr på en ø. Vi indfører følgende betegnelser:

t = Antal uger efter at vi udsatte dyrene
N = Antallet af dyr

Den person der holder øje med dyrene, siger:

(1) Når $t = 9{,}5$ er $N = 318$

(2) Når $t = 9{,}5$ er $N' = 15{,}5$

(a) Skriv hvad (1) fortæller om dyrene. Du skal altså oversætte (1) til dagligsprog.

(b) Skriv hvad (2) fortæller om dyrene. Du skal altså oversætte (2) til dagligsprog.

(c) Udregn et skøn over hvor meget antallet af dyr stiger i perioden fra ni en halv uge efter udsættelsen til ti uger efter udsættelsen?

(d) Forestil dig at vi tegnede grafen for antallet af dyr som funktion af tiden. Og forestil dig at vi tegnede tangenten l i det grafpunkt P som har førstekoordinat $9{,}5$. Hvad er så andenkoordinaten for P og hældningskoefficienten for l?

Øvelse 9.1

Om en sammenhæng mellem x og y gælder at hvis vi kender værdien af x, så kan vi udregne y sådan:

Opløft $1{,}05$ til værdien af x og gang resultatet med 200 .

(a) Skriv denne regel som en ligning.

(b) Forestil dig at vi tegner grafen for y som funktion af x, og at vi afmærker det grafpunkt P der har førstekoordinat 9. Hvad er andenkoordinaten for P?

Øvelse 10.1

For sammenhængen fra Øvelse 9.1 gælder at hvis vi kender værdien af x, så kan vi udregne y' sådan:

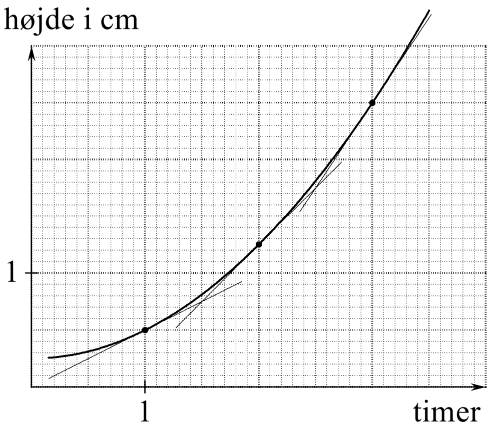
Opløft $1{,}05$ til værdien af x og gang resultatet med $9{,}758$.

(a) Skriv denne regel som en ligning.

(b) Forestil dig at vi i punktet P fra Øvelse 9.1 tegner tangenten til grafen. Hvad er denne tangents hældningskoefficient?

Øvelse 10.2

Den krumme graf viser hvordan højden af et rektangel vokser.



(a) På figuren kan vi aflæse væksthastigheder. Udfyld den tomme plads i følgende tabel:

x (timer):	1	2	3
Væksthastighed:		1	1,5

(b) Gæt ud fra tabellen en simpel metode til at udregne væksthastigheden når tidspunktet x er kendt. Skriv metoden som en formel:

Væksthastighed = __________ .

Brug formlen fra (b) til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser:

(c) Kl. 4 er væksthastigheden _____ .

(d) Kl. _____ er væksthastigheden 3,5 enheder pr. time

(e) I grafpunktet med førstekoordinat 4 er tangenthældningen _____ .

(f) I grafpunktet med førstekoordinat _____ er tangenthældningen 5.

Øvelse 10.3

På en graf er aflæst følgende tangenthældninger:

x:	1	2	3	4
Tangenthældning:	4	5	6	7

(a) Gæt ud fra tabellen en simpel metode til at udregne tangenthældningen i et grafpunkt hvis førstekoordinat x er kendt. Skriv metoden som en formel:

Tangenthældning = __________ .

Brug formlen fra (a) til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser:

(b) I grafpunktet med førstekoordinat 1,8 er tangenthældningen _____ .

(c) I grafpunktet med førstekoordinat _____ er tangenthældningen 9,5.

Øvelse 10.4

På en graf er aflæst følgende punkter (x, y) og tangenthældninger:

x:	1	2	3	4
y:	1	4	9	16
Tangenthældning:	2	4	6	8

(a) Gæt formler ud fra tabellen:

$y =$ __________ .

Tangenthældning = __________ .

Brug formlerne fra (a) til at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser:

(b) Grafpunktet med førstekoordinat 1,5 har andenkoordinat __________ .

(c) I grafpunktet med førstekoordinat 1,5 er tangenthældningen __________ .

(d) I grafpunktet med førstekoordinat __________ er tangenthældningen 36 .

(e) Grafpunktet med positiv førstekoordinat __________ har andenkoordinat 36 .

Øvelse 10.5

For en graf kan følgende formler bruges til at beregne andenkoordinat y og tangenthældning for et punkt hvis førstekoordinat x er kendt:

$$y = \frac{1}{x} \qquad \text{og} \qquad y' = -\frac{1}{x^2} \quad .$$

(a) Grafpunktet med førstekoordinat 2 har andenkoordinat __________ .

(b) I grafpunktet med førstekoordinat 2 er tangenthældningen __________ .

(c) I grafpunktet med positiv førstekoordinat __________ er tangenthældningen -4 .

(d) Grafpunktet med førstekoordinat __________ har andenkoordinat $0{,}4$.

Øvelse 11.1

Funktionen $y = \dfrac{x}{1-x}$ har differentialkvotienten $y' =$ __________ .

Funktionen $y = \ln(x^2+1)$ har differentialkvotienten $y' =$ __________ .

Øvelse 11.2

En variabel y som funktion af en variabel x er givet ved ligningen

$$y = \frac{64}{4+x^2}$$

Et punkt A ligger på grafen for denne sammenhæng. Førstekoordinaten for A er 2 .
En linje m er tangent til grafen i punktet A .

(a) Udregn andenkoordinaten for A .

(b) Udregn hældningskoefficienten for linjen m .

(c) Find en ligning for linjen m .

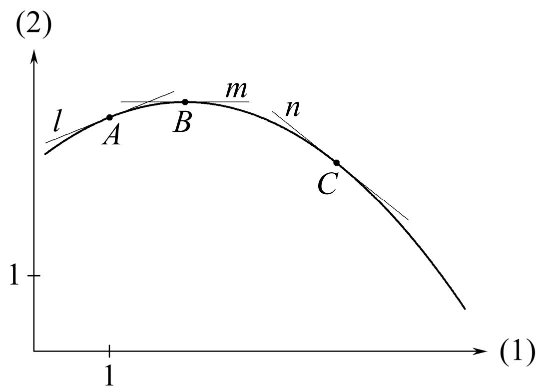
Øvelse 11.3

En funktion har forskriften $y = 0{,}5 \cdot 1{,}6^x$. (a) $y' =$ ______________ .

(b) Når $x = 7{,}2$ er $y' =$ _______ . (c) Når $x = 4{,}2$ er $y =$ _______ .

(d) Når $y = 5{,}0$ er $x =$ _______ . (e) Når $y' = 9{,}2$ er $x =$ _______ .

Øvelse 11.4



Figuren viser grafen for funktionen

$$y = -0{,}2x^2 + 0{,}8x + 2{,}5$$

samt tangenterne i grafpunkterne A , B og C .
Løs (a)-(g) på regneskærmen uden at bruge menupunkterne minimum og maksimum eller lignende.

(a) $y' =$ _____________ .

(b) Førstekoordinaten for A er 1.
I A er tangenthældningen __________ .

(c) A har andenkoordinaten __________ .

(d) I B er tangenthældningen 0. B har førstekoordinaten __________ .

(e) B har andenkoordinaten __________ .

(f) C har andenkoordinaten $2{,}5$. C har førstekoordinaten __________ .

(g) I C er tangenthældningen __________ .

Øvelse 11.5

En linje l har hældningskoefficienten 3 og går gennem punktet $P(2,1)$.

(a) l har ligningen ___________________ .

Linjen m er tangent i punktet Q til grafen for funktionen $y=\sqrt{2x-1}$. Q har førstekoordinaten 5.

Løs (b)-(d) på regneskærmen uden at bruge menupunkter med tangent. Du må godt bruge $\frac{d}{d\square}(\square)$.

(b) Q har andenkoordinaten _______ . (c) m har hældningskoefficienten _______ .

(d) m har ligningen ___________________ .

Øvelse 11.6

Linjen n er tangent i punktet R til grafen for funktionen $y=\sqrt{2x-1}$.

n har hældningskoefficienten $\frac{1}{4}$.

Løs (a)-(c) på regneskærmen uden at bruge menupunkter med tangent. Du må godt bruge $\frac{d}{d\square}(\square)$.

a) R har førstekoordinaten _______ . (b) R har andenkoordinaten _______ .

(c) n har ligningen ___________________ .

Øvelse 12.1

Se på den øverste graf på side 9 i teorihæftet.

(a) Når $x=0{,}97$ er y' så større end 2, lig 2 eller mindre end 2 ?

(b) Når $x=-0{,}03$ er y så større end 0,2 , lig 0,2 eller mindre end 0,2 ?

(c) Udregn y' når $x=0{,}97$.

(d) Udregn y når $x=-0{,}03$.

Øvelse 12.2

Se på den nederste graf på side 9 i teorihæftet.

(a) Er der en del af grafen der er en ret linje?

(b) Udregn y-koordinaterne til de 3 punkter på grafen som har x-koordinater 0 og 0,03 og 0,06 .

Øvelse 13.1

En population vokser sådan at

$$y=\frac{150}{1+24\cdot e^{-0{,}13\cdot x}}$$

hvor y er antallet af individer, og x er antal døgn efter 15. maj.

(a) 10 døgn efter 15. maj er antallet af individer _______ .

(b) 10 døgn efter 15. maj er væksthastigheden _______ individer pr. døgn.

(c) Når $x=30$ er $y'=$ _______ . (d) Når $x=30$ er $y=$ _______ .

(e) Hvad fortæller facit i (c) om populationen?

Svar: ____

____

(f) Hvad fortæller facit i (d) om populationen?

Svar: ____

____

Øvelse 13.2

En plante vokser sådan at

$$d = 3{,}8 \cdot 1{,}06^t$$

hvor d er diameteren i cm, og t er antal dage efter 31. maj.

Med hvilken hastighed vokser diameteren 40 dage efter 31. maj.

Øvelse 13.3

Ved visse undersøgelser lader man temperaturen stige sådan at

$$T = 8 + \ln(2t + 1)$$

hvor T er temperaturen i °C og t er antal minutter efter undersøgelsens start.

Udregn T' når $t = 4{,}5$, og skriv hvad dette tal fortæller om undersøgelsen.

Øvelse 14.1

Denne øvelse skal du løse uden at bruge lommeregner/computer.

En dynamisk skulptur er indrettet sådan at der mellem midnat og kl. 12 gælder at

$$h = x^2$$

hvor h er skulpturens højde (i cm), og x er tiden efter midnat (i timer).

Hvad er højdens væksthastighed kl. 11?

Øvelse 14.2

En linje m er tangent til grafen for sammenhængen $y = x^5$ i det grafpunkt som har x-koordinat 1.

Udregn hældningskoefficienten for m uden at bruge lommeregner/computer.

Øvelse 15.1

Besvar denne øvelse uden at bruge lommeregner/computer.

For sammenhængen $y = x$ gælder:

Når $x = 2$ er $y' =$ ______ . Når $x = 0{,}226$ er $y' =$ ______ .

For sammenhængen $y = 4$ gælder:

Når $x = 2$ er $y' =$ ______ . Når $x = 0{,}226$ er $y' =$ ______ .

Øvelse 16.1

Besvar denne øvelse uden at bruge lommeregner/computer.

For sammenhængen $y = x^3$ er $y' =$ ______ .

For sammenhængen $y = 5 \cdot x^3$ er $y' =$ ______ .

For sammenhængen $y = 25 \cdot x^4$ gælder: Når $x = 2$ er $y' =$ ______ .

Øvelse 17.1

Besvar denne øvelse uden at bruge lommeregner/computer.

(a) Når $y = 4 + x^2 - x$ er $y' =$

(b) Når $y = 4 \cdot x^2 - x$ er $y' =$

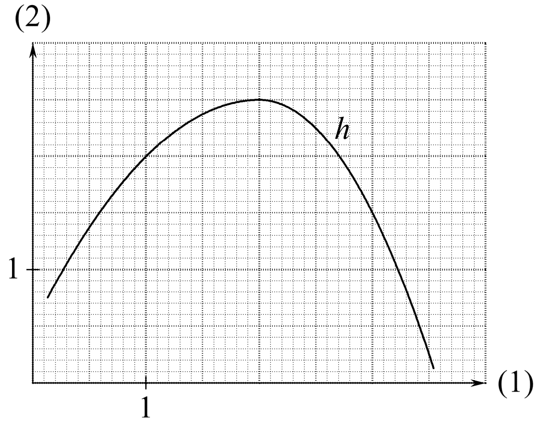
(c) Når $y = x^5 - 3 \cdot x$ er $y' =$

(d) Når $y = 4x^2 - 3x + 4$ er $y' =$

(e) Når $y = 2x^4 - 3x^3 + 2x$ er $y' =$

Øvelse 18.1

Figuren viser grafen for en funktion h.



(a) $h(1) =$ _______ $h'(1) =$ _______ .

(b) $h(2) =$ _______ $h'(2) =$ _______ .

(c) Når $h'(x) = -2$, er $x =$ _______ .

(d) Når $h(x) = 2$,
er $x =$ _______ eller $x =$ _______ .

Øvelse 18.2

En funktion f har forskriften $f(x) = x^2 + 2$.

(a) $f'(x) =$ __________ .

(b) Når $x = 3$ er $x^2 + 2 =$ _______ .

(c) Når $x = 3$ er $f(x) =$ _______ .

(d) $f(3) =$ _______ .

(e) Når $x = 3$ er $2x =$ _______ .

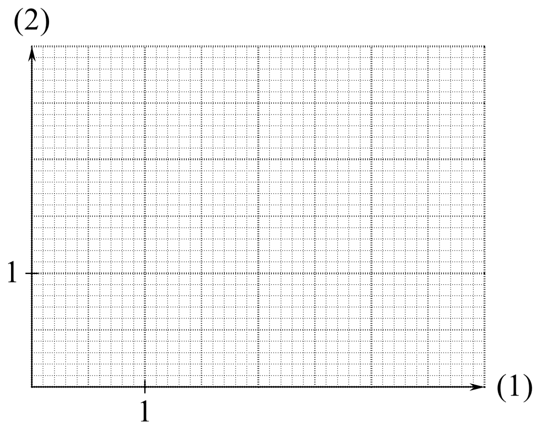
(f) Når $x = 3$ er $f'(x) =$ _______ .

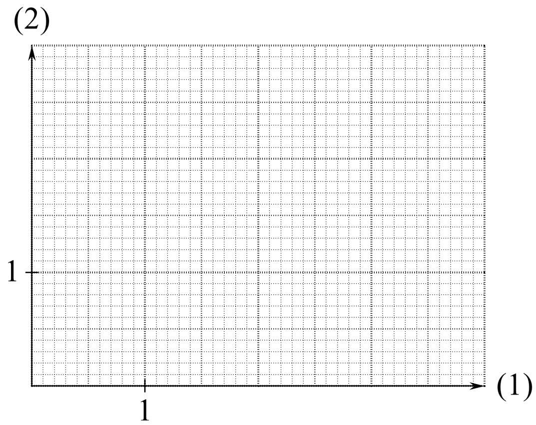
(g) $f'(3) =$ _______ .

Øvelse 18.3

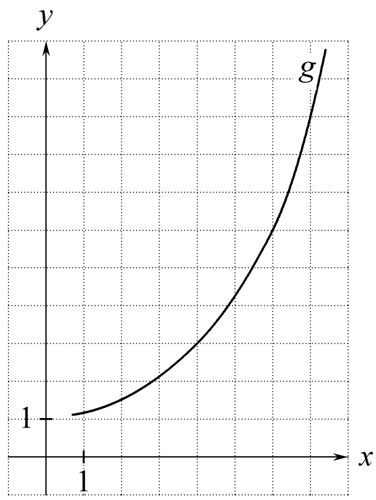
(a) Tegn en simpel krum graf for en funktion f så $f(2) < f(3)$ og $f'(2) > f'(3)$.

(b) Tegn en simpel krum graf for en funktion g så
$g(2)$ er 1,5 enheder større end $g(1)$ og $g'(2)$ er større end $g'(1)$.





Øvelse 18.4



Figuren viser grafen for en funktion g .

(a) $g(4) =$ _______ og $g'(4) =$ _______ .

(b) Når $g(x) = 9$, er $x =$ _______ .

(c) Når $g'(x) = 2$, er $x =$ _______ .

En funktion h har forskriften $h(x) = x^3$.

(d) Et punkt P på h-grafen har førstekoordinat 4.
P har andenkoordinat _______ .
I P er tangenthældningen _______ .

(e) I et punkt Q på h-grafen er tangenthældningen 2.
Q har førstekoordinat __________ eller __________ .

(f) Et punkt R på h-grafen har andenkoordinat 6. R har førstekoordinat __________ .

Øvelse 18.5

En funktion f har forskriften $f(x) = 30x^2 + 6x$.

Bestem $f'(x)$ uden at bruge lommeregner/computer.

Øvelse 18.6

En funktion f har forskriften $f(x) = 14 - x^3$.

Bestem $f(3)$ og $f'(3)$ uden at bruge lommeregner/computer.

Øvelse 18.7

En funktion h er givet ved $h(x) = \frac{1}{3}x^3 - 16x$

Bestem x så $h'(x) = 0$ uden at bruge lommeregner/computer.

Øvelse 18.8

En funktion f er givet ved $f(x) = x^2 + 3x + 7$.

(a) Bestem andenkoordinaten til det grafpunkt der har x-koordinaten 4.

(b) Bestem hældningskoefficienten for tangenten i dette punkt.

Øvelse 18.9

Højden af en bunke træflis kan beskrives ved funktionen

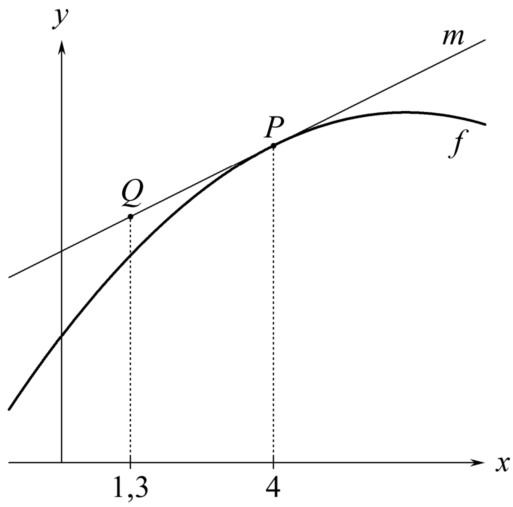
$$f(t) = 8{,}4 \cdot \sqrt[3]{t}$$

hvor $f(t)$ er højden i cm, og t er antal minutter efter arbejdets start.

(a) Hvor høj er bunken efter 15 minutter, og efter 30 minutter?

(b) Med hvilken hastighed vokser højden efter 15 minutter, og efter 30 minutter?

Øvelse 19.1



En linje m har ligningen

$$y = \tfrac{1}{2}x + 4 \ .$$

Linjen m er tangent til grafen for f i punktet P.

(a) Udregn Q's y-koordinat.

(b) Udregn P's y-koordinat.

(c) Hvad er m's hældningskoefficient?

(d) Hvad er $f(4)$?

(e) Hvad er $f'(4)$?

Øvelse 19.2

En linje l har ligningen

$$y = -3x + 22 \ .$$

En funktion f har forskriften

$$f(x) = x^2 - 7x + 26 \ .$$

(a) Find $f'(x)$.

(b) Hvad er hældningskoefficenten for l?

(c) Find x-koordinaten til det punkt P på grafen for f hvor tangentens hældningskoefficient er -3.

(d) Find y-koordinaten til P.

(e) Ligger punktet P på linjen l?

(f) Skriv ligningen for tangenten til grafen for f i punktet P.

Øvelse 19.3

En funktion f har forskriften

$$f(x) = x^2 + k \cdot x \ .$$

Tangenten til grafen for f i punktet med x-koordinat 3 har hældningskoefficienten 10.

Find tallet k.

Øvelse 19.4

En funktion f har forskriften

$$f(x) = x^3 .$$

(a) Hvor mange tangenter til grafen for f har hældningskoefficienten 12?

(b) Hvor mange tangenter til grafen for f har hældningskoefficienten 0?

(c) Hvor mange tangenter til grafen for f har hældningskoefficienten -3?

Øvelse 19.5

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 2x + 2$$

Tre linjer l, m og n er givet ved

$$l: \quad y = 3x - 4$$

$$m: \quad y = 4x - 6$$

$$n: \quad y = 4x - 7$$

Skriv for hver af de tre linjer en begrundelse for om den er tangent til grafen for f i punktet $(3, f(3))$

Øvelse 19.6

En linje l er tangent til grafen for en funktion f i grafpunktet med x-koordinat 4 .

Linjen l har ligningen

$$y = 5x + b$$

hvor b er et tal.

Der gælder at $f(3) = 20$ og $f(4) = 29$.

(a) Find tallet b .

(b) Gør rede for om f-grafens punkt med x-koordinat 3 ligger under, på eller over linjen l.

(c) Find tallet $f'(4)$.

Øvelse 19.7

En linje l er tangent til grafen for en funktion f i punktet $(2, f(2))$.

Linjen l har ligningen

$$y = ax + 4$$

hvor a er et tal.

Der gælder at $f'(2) = 3$ og at $f(1) = 5$.

(a) Find tallet a .

(b) Find tallet $f(2)$.

(c) Udregn den lodrette afstand mellem l og f-grafens punkt med x-koordinat 1 .

Øvelse 20.1

Når vi udfører en bestemt undersøgelse vil temperaturen aftage sådan at

$$T(t) = 6{,}4 + 55{,}1 \cdot 0{,}73^t$$

hvor $T(t)$ er temperaturen i °C og t er tiden målt i timer efter undersøgelsens start.

(a) Med hvilken hastighed aftager temperaturen 3,5 time efter undersøgelsens start?

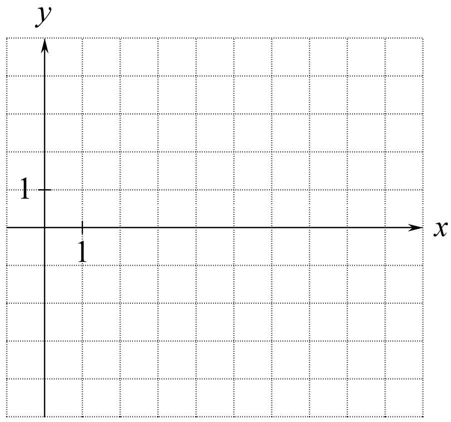
(b) På hvilket tidspunkt aftager temperaturen med hastigheden 3 grader pr. time?

(c) Udregn $T'(0)$ og skriv hvad dette tal fortæller om temperaturen.

Øvelse 21.1

Brug følgende oplysninger til at tegne nogle punkter der ligger på grafen for f:

$$f(1) = 4 \ , \quad f(5) = -2 \ , \quad f(6) = -3 \ , \quad f(9) = 1 \ .$$



Funktionen f er kontinuert i ethvert tal x.

(a) Ifølge Sætning _________ er der et tal x mellem 1 og 5 så $f(x) = 0$.

(b) Kan der være et tal x mellem 5 og 6 så $f(x) = 0$? ______

(c) Er det sikkert at der er et tal x mellem 6 og 9 så $f(x) = 0$? ______

(d) Kan antallet af løsninger x til $f(x) = 0$ i intervallet $6 < x < 9$ være 2 ? ______

Øvelse 21.2

$$f(x) \ = \ \text{hemmelig forskrift}$$

$$f'(x) \ = \ x^2 - 10x + 21$$

(a) $f'(x) = 0$ netop når $x =$ ______ eller $x =$ ______

(b) Ifølge Sætning _________ er $f'(x)$ kontinuert i ethvert tal x hvor den er defineret.

(c) I hvilke tal er $f'(x)$ kontinuert? ________________________

(d) Da $f'(1) =$ ______ er $f'(x)$ positiv i intervallet $x <$ _____

(e) Da $f'($_____$) =$ _____ er $f'(x)$ ____________ i intervallet $3 < x < 7$.

Øvelse 21.3

Følgende er oplyst

Funktionen $f(x)$ er kontinuert i alle tal x hvor den er defineret.

Funktionen $g(x)$ er kontinuert i alle tal x i intervallet $2 \leq x \leq 6$.

Funktionen $h(x)$ er givet ved en sædvanlig regneforskrift.

a , b og c er tal.

For hver af følgende påstande skal du enten begrunde at den er korrekt, eller begrunde at vi ikke kan vide om den er korrekt (se side 15 i teori-hæftet).

(1) Hvis $f(-12) = 25$ og $f(-3) = -6$ er $f(x_o) = 0$ for et tal x_o i intervallet $-12 \leq x \leq -3$.

(2) Hvis $g(2) = -2$ og $g(6) = 2$ er $g(4) = 0$.

(3) Hvis $h(2) = 1$ og $h(5) = -3$ er $h(x_o) = 0$ for et tal x_o i intervallet $2 \leq x \leq 5$.

(4) Hvis $h(x)$ kun er lig 0 når $x = 3$, og $h(x)$ er defineret for ethvert tal x, og $h(9) = 4$, så er $h(7)$ et positivt tal.

(5) Hvis $ax^3 + bx^2 + cx - 4$ kun er 0 for $x = 2$, så er $ax^3 + bx^2 + cx - 4$ et negativt tal for ethvert tal x der er mindre end 2.

Øvelse 22.1

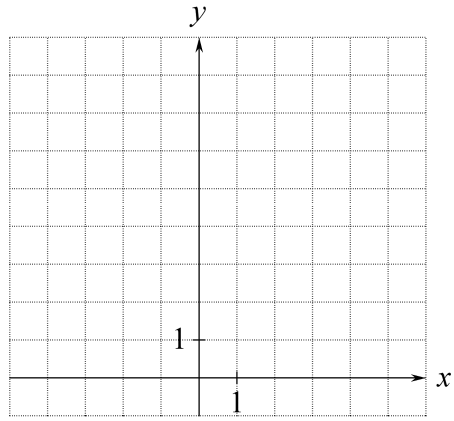
Tegn grafen for en funktion $f(x)$ som opfylder alle følgende betingelser:

Når x er -2 er $f(x)$ lig 1 .

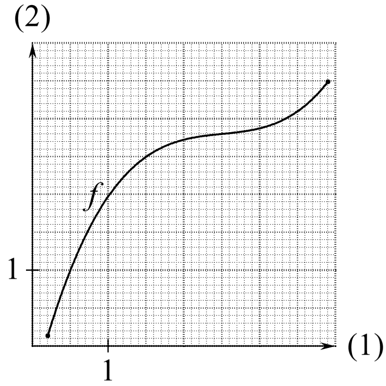
I intervallet $x \leq -2$ gælder:
Jo større x er, jo mindre er $f(x)$.

I intervallet $-2 \leq x \leq 1$ gælder:
Jo større x er, jo større er $f(x)$.

I intervallet $1 \leq x$ gælder:
Jo større x er, jo mindre er $f(x)$.



Øvelse 22.2



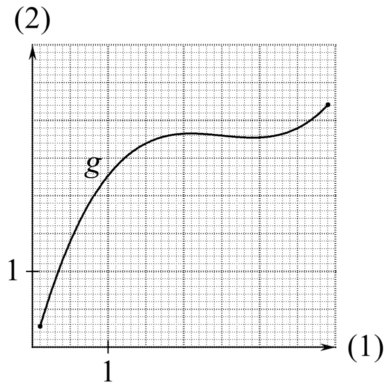
(a) Når $x = 3{,}5$ er funktionsværdien $f(x) =$ __________

(b) For f er funktionsværdien __________ når $x = 0{,}5$.

(c) For f er funktionsværdien i x større end 2,5 når x er større end __________ og mindre end eller lig 3,9 .

<u>En funktion f er voksende i et x-interval</u>
hvis der for alle x-værdier i dette interval gælder:
Jo større x er, jo større er $f(x)$.

<u>Hvis vi skal vise at f ikke er voksende,</u>
så skal vi altså finde to x-værdier hvor den største af dem ikke har den største funktionsværdi.



(d) Skriv at f er voksende, eller skriv to x-værdier hvor den største af dem ikke har den største funktionsværdi.
Svar: ______________________________

(e) Skriv at g er voksende, eller skriv to x-værdier hvor den største af dem ikke har den største funktionsværdi.
Svar: ____________________________________

Øvelse 22.3

<u>En funktion f er aftagende i et x-interval</u>
hvis der for alle x-værdier i dette interval gælder:
Jo større x er, jo mindre er $f(x)$.

<u>Hvis vi skal vise at f ikke er aftagende,</u>
så skal vi altså finde to x-værdier hvor den største af dem ikke har den mindste funktionsværdi.

En funktion f er givet ved $f(x) = 2 - x^{1{,}3} + 1{,}1^x$, $x > 0$.

(a) For f er funktionsværdien __________ når x er 2 .

(b) Skriv at f er aftagende, eller skriv to x-værdier hvor den største ikke har den mindste funktionsværdi. Svar: ____________________________________

Øvelse 23.1

Grafen for en funktion $f(x)$ forløber sådan:

Den starter i punktet $(2,-5)$, går op til $(6,4)$,
går ned til $(8,1)$, og går videre ned til $(9,-3)$.

Beskriv monotoniforholdene for $f(x)$ på den måde der er vist i ramme 23 i teorihæftet.

Øvelse 24.1

Figuren viser tre punkter på grafen for en funktion f .

$$f(x) = \text{hemmelig forskrift}$$

$$f'(x) = x-3$$

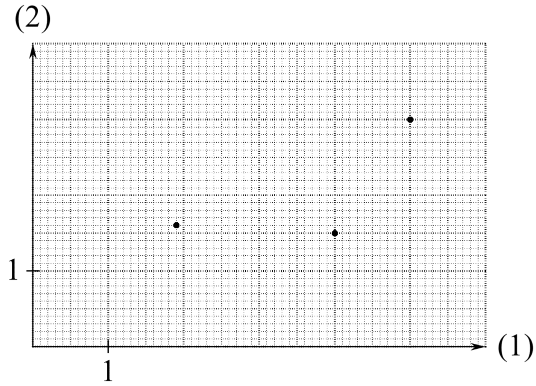
(a) For hvert af de tre punkter skal du udregne tangentens hældningskoefficient og tegne tangenten.

Hældninger: ______________________

(b) Bemærk at det ikke kun er for x-værdierne 1,9 , 4 og 5 at du kan udregne tangenthældningen. Du kan udregne tangenthældningen for enhver x-værdi.

Tangenthældningen er negativ når $x <$ ________

Tangenthældningen er positiv når $x >$ ________



Øvelse 24.2

For en funktion g gælder:

$$g(x) = \text{hemmelig forskrift}$$

$$g'(x) = x^2-4$$

(a) I det punkt på g-grafen hvis x-koordinat er 0, er tangenthældningen ________

(b) De punkter på g-grafen hvori tangenthældningen er 0, har x-koordinaterne ________ og ________

(c) Er g aftagende mellem disse to tal? Svar: ________

Øvelse 24.3

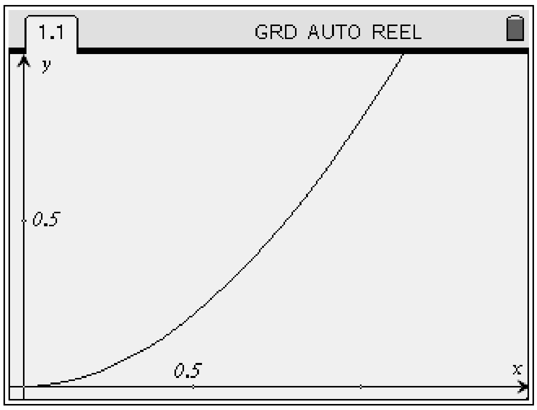
Figuren viser <u>en del af</u> grafen for en funktion f .

$$f(x) = \text{hemmelig forskrift}$$

$$f'(x) = \tfrac{3}{10}x\cdot(6-x)$$

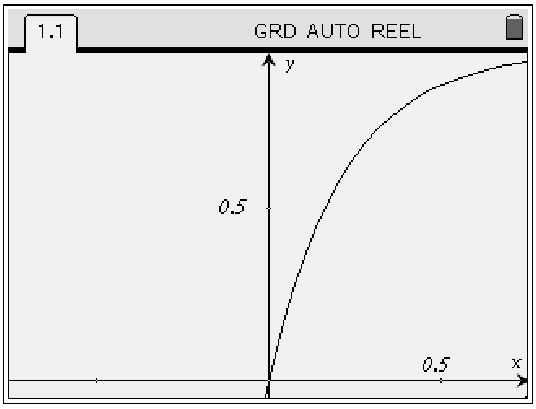
(a) Er f voksende i hele intervallet $x>0$?

Svar: ________



Øvelse 24.4

Figuren viser en del af grafen for en funktion f .



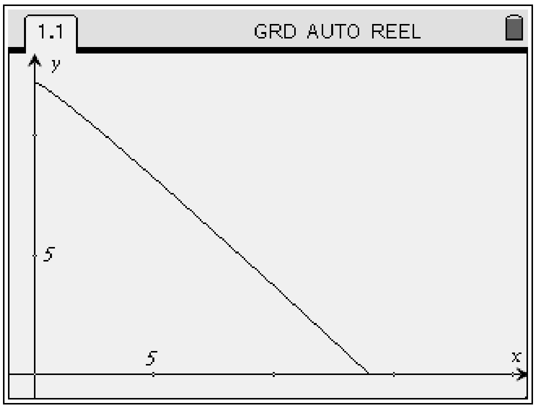
$$f(x) = \text{hemmelig forskrift}$$

$$f'(x) = \frac{4{,}4}{100^x}$$

Er f voksende? Svar: ________

Øvelse 24.5

Figuren viser hele grafen for en funktion f .



$$f(x) = \text{hemmelig forskrift} \ , \quad 0 < x < 14$$

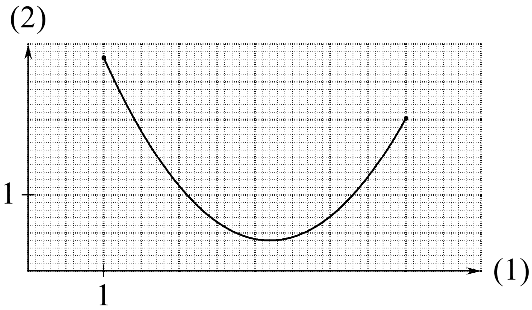
$$f'(x) = \frac{\frac{1}{4} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \ , \quad 0 < x < 14 \ .$$

Er f voksende noget sted? Svar: ________

Øvelse 24.6

Figuren viser grafen for funktionen

$$f(x) = 0{,}5x^2 - 3{,}2x + 5{,}52 \ , \quad 1 \le x \le 5 \ .$$



(a) $f'(x) =$ ____________________________

(b) Af forskriften får vi at funktionsværdien i 3,1 er ________

(c) Når $f'(x) = 0$, er $x =$ ________

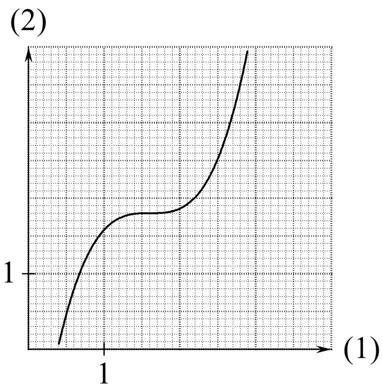
(d) Skriv at f er aftagende i intervallet $1 \le x \le 3{,}2$, eller angiv to tal i intervallet hvor det største af dem ikke har den mindste funktionsværdi: ____

(e) Skriv at f er voksende i intervallet $3{,}2 \le x \le 5$, eller angiv to tal i intervallet hvor det største af dem ikke har den største funktionsværdi: ____

Øvelse 24.7

Figuren viser grafen for funktionen

$$f(x) = (x - 1{,}6)^3 + 1{,}8$$



(a) $f'(x) =$ ____________________________

(b) Af forskriften får vi at funktionsværdien i 1,5 er ________

(c) Af forskriften får vi at funktionsværdien i 1,6 er ________

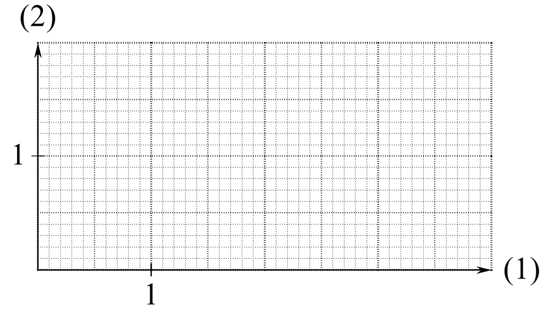
(d) Når $f'(x) = 0$, er $x =$ ________

(e) Skriv at f er voksende, eller angiv to x-værdier hvor den største af dem ikke har den største funktionsværdi: ____

Øvelse 24.8

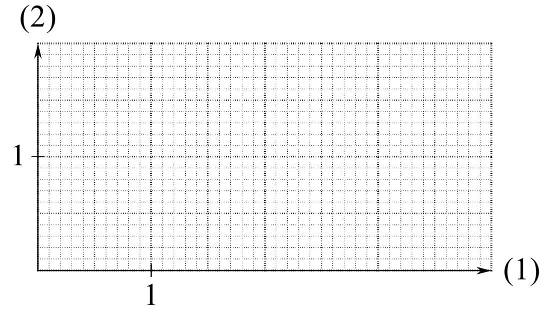
(a) Tegn grafen for en funktion f så

$f(x)$ er voksende, og
$f'(x)$ er aftagende.



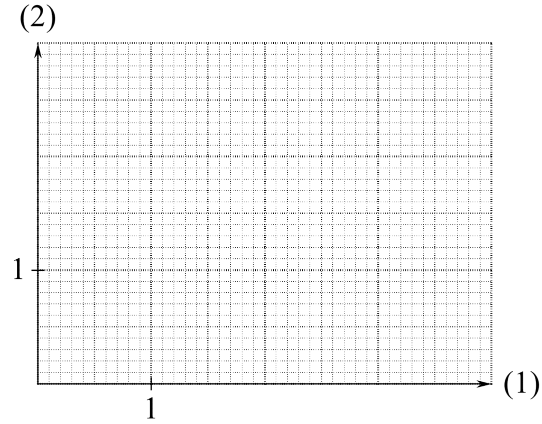
(b) Tegn grafen for en funktion g så

$g(x)$ er aftagende, og
$g'(x)$ er aftagende.



(c) Tegn grafen for en funktion h der opfylder følgende fire betingelser:

$h(x)$ er aftagende i intervallet $x \leq 2$
$h(x)$ er voksende i intervallet $2 \leq x$
$h'(x)$ er voksende i intervallet $x \leq 3$
$h'(x)$ er aftagende i intervallet $3 \leq x$.



Øvelse 25.1 (Uden hjælpemidler)

En funktion $f(x)$ er bestemt ved $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$.

(a) Find $f'(x)$.

(b) Find de tal x hvor $f'(x) = 0$.

(c) Udregn $f'(-2)$.

(d) Hvad kan man sige om fortegnet for $f'(x)$ når man ved at x er et tal i intervallet $x < -1$?

(e) Find fortegnet for $f'(x)$ for alle tal x .

(f) Opskriv monotoniforholdene for $f(x)$.

Øvelse 25.2 (Uden hjælpemidler)

Om en funktion $f(x)$ oplyses det at $f'(x) = 2x^3 - 2$.

(a) Løs ligningen $f'(x) = 0$.

(b) Find fortegnet for $f'(x)$ for alle tal x .

(c) Opskriv monotoniforholdene for $f(x)$.

Øvelse 25.3

(a) På lommeregner finder vi at polynomiet $-x^3+x-6$ kun har det ene nulpunkt $x =$ ______ .

(b) Så må $-x^3+x-6$ være forskellig fra 0 og kontinuert i ethvert tal x i intervallet $x <$ _____ .

(c) Og så må $-x^3+x-6$ have samme fortegn i alle tal x i intervallet ___________ .

(d) På lommeregneren finder vi at når $x=-3$ er $-x^3+x-6$ lig ______ , altså et positivt tal.

(e) Altså er $-x^3+x-6$ et ____________ tal når x er et tal i intervallet ____________ .

(f) Hvilket fortegn har $-x^3+x-6$ hvis x er et tal der er større end -2 ?

(g) Bestem de x-intervaller hvor polynomiet x^4-x^2-2 har konstant fortegn, og bestem de værdier af x for hvilke x^4-x^2-2 er negativ.

Øvelse 25.4

En funktion er givet ved $f(x) = \frac{1}{3}x^3-3x^2+9x-1$.

(a) Bestem $f'(x)$.

(b) Løs ligningen $f'(x)=0$ og bestem de værdier af x for hvilke $f'(x)$ er positiv.

Øvelse 25.5

Bestem monotoniforholdene for funktionen $f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x+\frac{1}{2}$.

Øvelse 25.6

En funktion f opfylder følgende betingelser:

f er differentiabel i alle tal og opfylder følgende:

x :		-12		-6		-2	
$f'(x)$:	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$

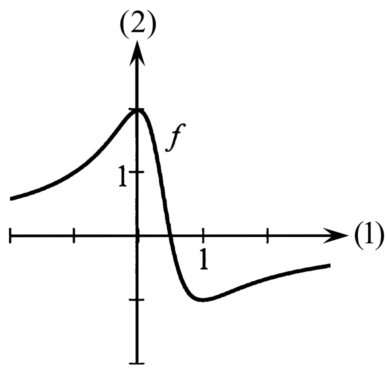
(a) Angiv monotoniforholdene for f .

(b) Tegn grafen for en eller anden funktion f som opfylder ovenstående betingelser.

Øvelse 25.7

På tallinjen skal du tilføje det manglende så den bliver i overensstemmelse med grafen.

$f'(x)$:				
x:		0		1



Øvelse 25.8 (Uden hjælpemidler)

En funktion f er bestemt ved $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3$.

(a) Bestem monotoniforholdene for f .

Øvelse 25.9 (Uden hjælpemidler)

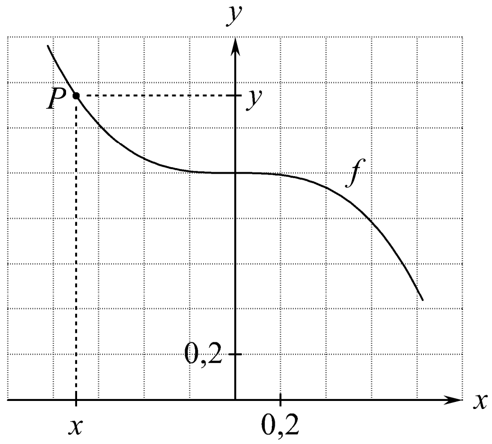
Om en funktion f oplyse at $f'(x) = -x^2 + 2x + 3$.

(a) Bestem monotoniforholdene for $f(x)$.

Øvelse 25.10

Figuren viser grafen for funktionen

$$f(x) = 1 - x^3 .$$



(a) Når $x = \frac{1}{10}$, er $y =$ ———— brøkstreg

(b) Er der er en positiv x-værdi hvor den tilhørende y-værdi ikke er mindre end 1?

(c) Er der er en negativ x-værdi hvor den tilhørende y-værdi ikke er større end 1?

(d) Vi trækker punktet P mod højre langs grafen. Skriv sand eller falsk ved hver af følgende påstande:

1. x bliver hele tiden større og større.
2. x bliver hele tiden mindre og mindre.
3. y bliver hele tiden større og større.
4. y bliver hele tiden mindre og mindre.

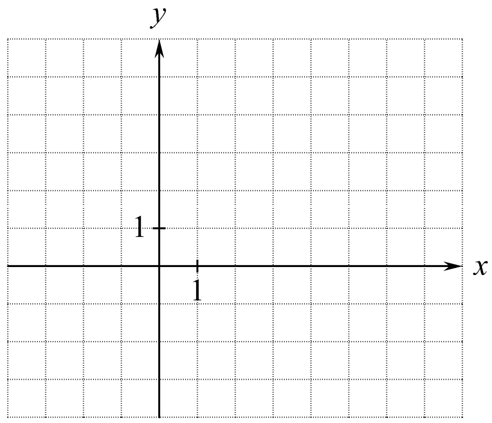
(e) $f'(x) =$

(f) $f'(0) =$

(g) Tegn grafen for en eller anden funktion g sådan at

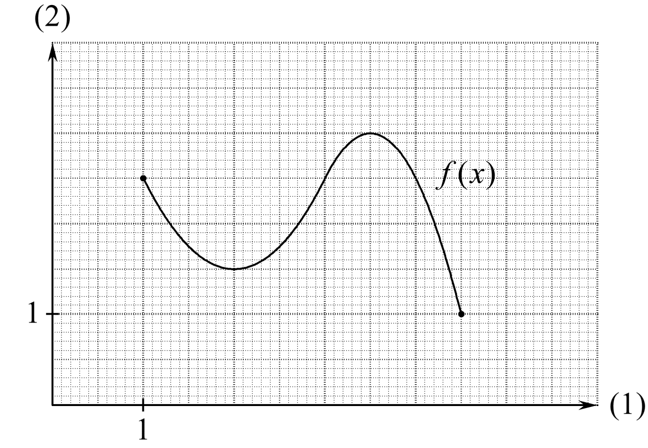
$g'(2) = 0$ og

når vi trækker et punkt mod højre langs grafen for g , så bliver y hele tiden større og større.



Øvelse 26.1

Når $x = 2$ er $f(x) =$ ______ .

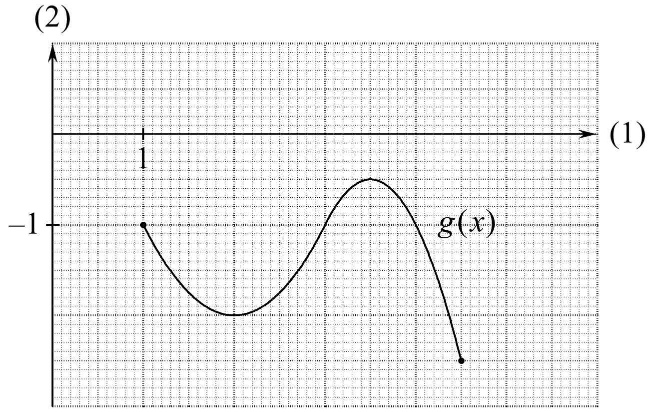


1,5 er ikke minimum, for hvis f.eks. $x =$ ______
er $f(x) =$ ______ som er mindre end 1,5 .

$f(x)$ har minimum for $x =$ ______ og
minimum er ______ .

$f(x)$ har maksimum for $x =$ ______ og
maksimum er ______ .

Øvelse 26.2



$g(x)$ har maksimum for $x =$ ______ og
maksimum er ______ .

$g(x)$ har minimum for $x =$ ______ og
minimum er ______ .

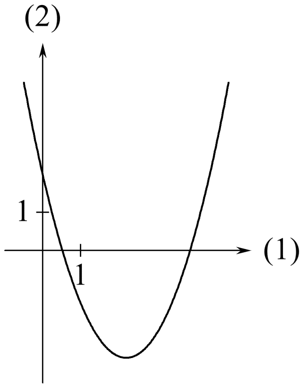
Øvelse 26.3

$f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 1$ og p er et positivt tal som er mindre end 1.

0,01 er ikke minimum for $f(x)$, for
når $x =$ __________ er $f(x) =$ __________ som er mindre end 0,01.

p er ikke minimum for $f(x)$, for
når $x =$ __________ er $f(x) =$ __________ som er mindre end p .

Øvelse 26.4



Figuren viser grafen for funktionen

$$y = x^2 - 4{,}4x + 2 \; .$$

(a) $y' =$ _______________ .

(b) I toppunktet er tangenthældningen _______.

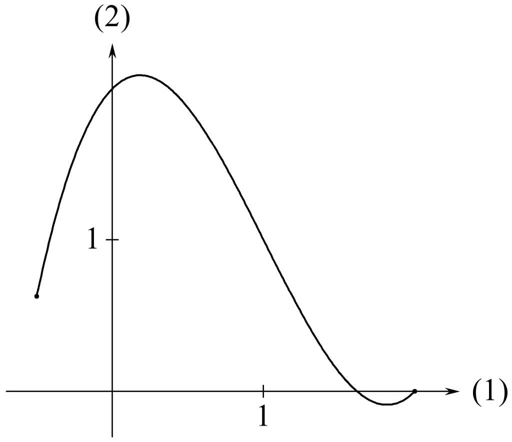
(c) Brug svarene på (a) og (b) til at udregne toppunktets førstekoordinat: Toppunktets førstekoordinat er _______ .

(d) Skærinspunktet med andenaksen har førstekoordinaten _______ .

(e) Når $x = 0$, er $y' =$ _______ .

(f) I skæringspunktet med andenaksen er tangenthældningen _______ .

Øvelse 26.5



Figuren viser grafen for funktionen

$$y = x^3 - 3x^2 + x + 2 \quad , \qquad -\tfrac{1}{2} \le x \le 2 \; .$$

A er det grafpunkt hvis andenkoordinat er funktionens minimum.

B er det grafpunkt hvis andenkoordinat er funktionens maksimum.

(a) Angiv på figuren punkterne *A* og *B*.

(b) I *A* er tangenthældningen __________ .

(c) I *B* er tangenthældningen __________ .

Løs (d)-(g) på regneskærmen uden brug af ekstremumsværktøjer.

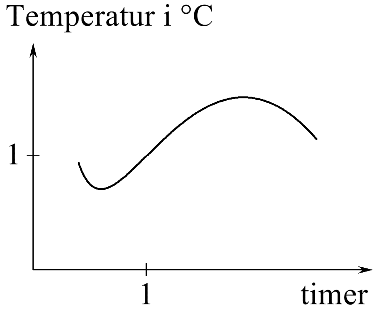
(d) *A* har førstekoordinaten __________ .

(e) *B* har førstekoordinten __________ .

(f) Funktionens maksimum er __________ .

(g) Funktionens minimum er __________ .

Øvelse 26.6



Temperaturen i en beholder ændres sådan at

$$y = -x^2 + 4x + \frac{1}{x} - 3 \quad , \qquad 0{,}4 \le x \le 2{,}5$$

hvor y er temperaturen målt i °C, og x er tiden målt i timer. Figuren viser grafen for denne sammenhæng.

(a) På det tidspunkt hvor temperaturen er højest, er $y' =$ _______ .

Løs (b)-(d) på regneskærmen uden brug af ekstremumsværktøjer.

(b) Temperaturen er højest på tidspunktet _______ timer.

(c) Den højeste temperatur er _______ °C.

(d) Den laveste temperatur er _______ °C.

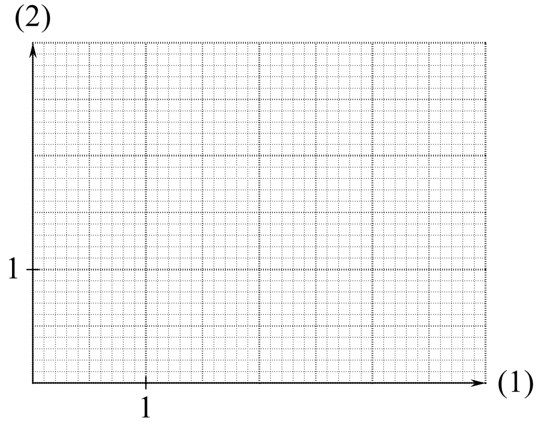
Øvelse 27.1

Tegn grafen for en funktion f så grafen er sammenhængende og krummer hele vejen, og så:

f har lokalt maksimum for $x = 1{,}4$
og det lokale maksimum er $y = 2{,}7$.

f har lokalt minimum for $x = 2{,}5$
og det lokale minimum er $y = 1{,}6$.

Det lokale maksimum er også maksimum,
men det lokale minimum er ikke minimum.



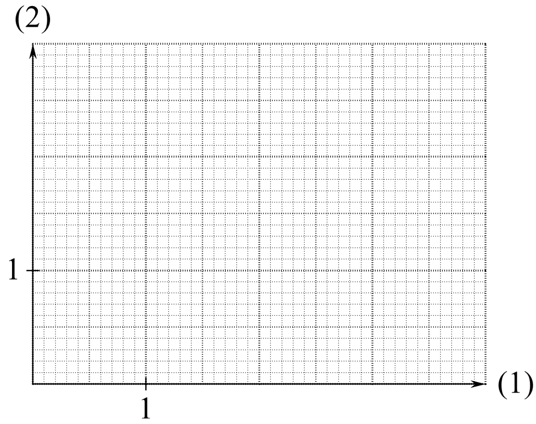
Øvelse 27.2

Tegn grafen for en funktion f så grafen er sammenhængende og krummer hele vejen, og så:

Et lokalt minimum er $y = 2$.

Et lokalt maksimum er $y = 1$
(altså mindre end det lokale minimum).

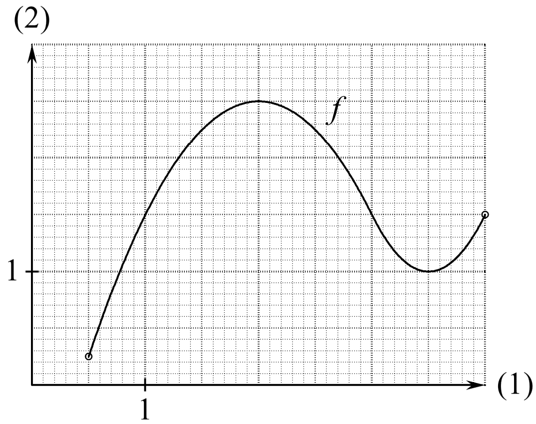
Der må gerne være mere end to lokale ekstrema.



Øvelse 27.3

Figuren viser grafen for en funktion f .

(Som bekendt betyder cirklerne om grafens endepunkter at endepunkterne ikke hører med til grafen).



(a) Løs ligningen $f(x) = 2$.

(b) Hvor mange løsninger har ligningen $f(x) = k$ hvis k er 1?

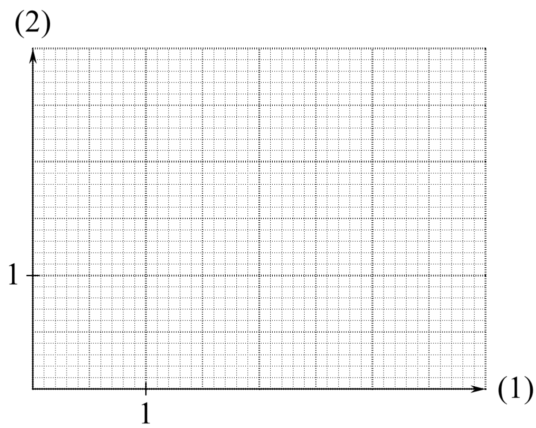
(c) Hvor mange løsninger har ligningen $f(x) = k$ hvis k er 1,3 ?

(d) Hvilke tal kan k være hvis antallet af løsninger skal være 2?

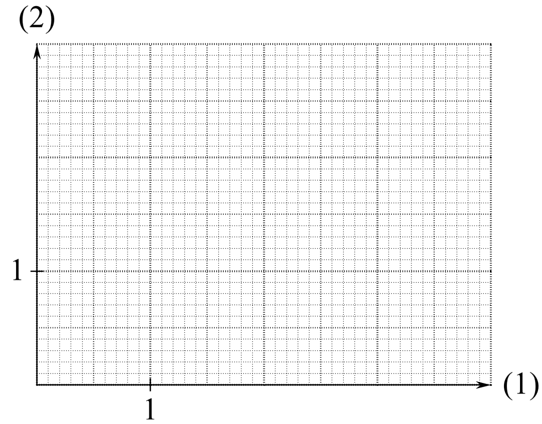
Øvelse 27.4

Tegn grafen for en funktion g sådan at antallet af løsninger til ligningen $g(x) = a$ er

0 hvis $a < 1$
2 hvis $a = 1$
4 hvis $1 < a < 2$
3 hvis $a = 2$
2 hvis $2 < a$



Øvelse 28.1



Tegn grafen for en funktion f så grafen er sammenhængende og krummer hele vejen, og så:

$f(3) = 2$

$f'(3) = 0$

f har ikke lokalt ekstremum for $x = 3$

Øvelse 28.2

I en opgave står forskriften for en funktion $f(x)$. (Forskriften er et polynomium).
Vi løser ligningen $f'(x) = 0$ og får

$$x = 4 \quad \text{eller} \quad x = 11$$

(a) Hvis $f'(\quad)$ er ____________ og $f'(12)$ er positiv
så har $f(x)$ lokalt minimum for $x =$ ______ og det lokale minimum er lig $f(\quad)$.

(b) Hvis $f'(\quad)$ er ____________ og $f'(\quad)$ er ____________
så har $f(x)$ lokalt maksimum for $x = 11$ og det lokale maksimum er lig $f(\quad)$.

(c) Hvis $f'(\quad)$ er ____________ og $f'(\quad)$ er ____________
så har $f(x)$ hverken lokalt maksimum eller lokalt minimum for $x = 11$.

Øvelse 28.3

En funktion f er givet ved $f(x) = 2x^2 - x^4$

Bestem $f'(x)$ og bestem de lokale ekstrema for f.

Øvelse 28.4

(a) På side 21 i teorihæftet fandt vi frem til monotoniforhold og lokale ekstrema for en funktion $f(x)$.

Benyt disse oplysninger til hurtigt at skitsere grafen for $f(x)$. Der er ikke brug for at udregne flere punkter på grafen da den kun skal bruges som et hjælpemiddel til at besvare spørgsmål (b).

(b) For hvilke værdier af a har ligningen $f(x) = a$ kun én løsning?

Øvelse 28.5

En funktion $f(x)$ er givet ved $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx \quad , \quad x > 0$

hvor k er et positivt tal. Det oplyses at $f(x)$ har minimum for $x = 3$. Bestem k.

Øvelse 28.6

En funktion $f(x)$ er givet ved $f(x) = -x^4 + 32x + k$

hvor k er et reelt tal. Det oplyses at maksimum for $f(x)$ er 50. Bestem k.

Øvelse 28.7

En funktion $f(x)$ er bestemt ved

$$f(x) = \tfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \ .$$

(a) Bestem de lokale ekstrema for $f(x)$.

(b) Bestem for enhver værdi af k antallet af løsninger til ligningen $f(x) = k$.

Øvelse 28.8

En funktion f er bestemt ved $f(x) = \tfrac{1}{5}x^5 - \tfrac{1}{3}x^3$.

(a) Undersøg $f(x)$ med hensyn til lokale ekstrema.

(b) Bestem for enhver værdi af a antallet af løsninger til ligningen $f(x) = a$.

Øvelse 29.1

I en opgave står forskriften for en funktion $f(x)$. (Forskriften er et polynomium).
Vi løser ligningen $f'(x) = 0$ og får $x = -5$.

(a) Hvis $f'(-6)$ er positiv og $f'(\quad)$ er ____________
så har $f(x)$ maksimum for $x =$ ______ og maksimum er lig $f(\quad)$.

(b) Hvis $f'(\quad)$ er ____________ og $f'(\quad)$ er ____________
så har $f(x)$ minimum for $x =$ ______ og minimum er lig $f(\quad)$.

(c) Hvis $f'(\quad)$ er ____________ og $f'(\quad)$ er ____________
så er tallet $f(-5)$ hverken maksimum eller minimum for $f(x)$.

Øvelse 29.2

En differentiabel funktion f er defineret for alle x. Linjen med ligningen $y = 6$ er tangent til grafen for f, og grafen går gennem punktet $(4, 2)$. Nulpunkter og fortegn for $f'(x)$ er som angivet på tallinjen:

x:		1		4	
$f'(x)$:	+	0	−	0	−

(a) Gør rede for at funktionen f har et maksimum.

(b) Skitsér en mulig graf for f.

Øvelse 30.1

I en bestemt type konstruktion er der en sammenhæng mellem størrelsen af et rørs overflade og dets afstand fra et andet rør. Antag at der er givet en regneforskrift for afstanden $f(x)$, målt i cm, som funktion af overfladen x, målt i cm^2.

Antag at konstruktionen er udført så afstanden er den størst mulige. Hvis man skal bestemme overfladens størrelse, skal man så

bestemme maksimum for $f(x)$

eller

bestemme det tal x hvori $f(x)$ har maksimum?

Øvelse 30.2

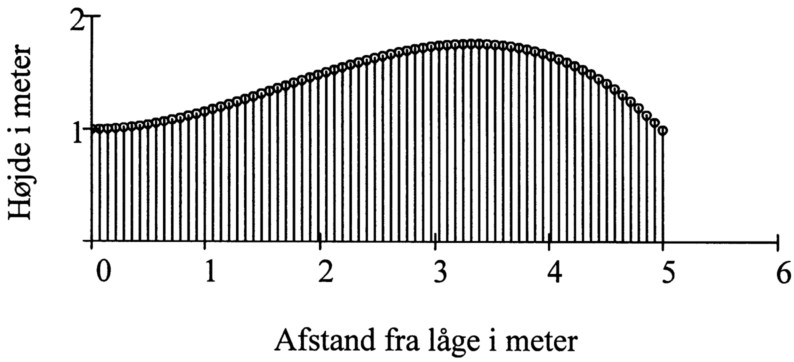
En haveejer har lavet et raftehegn hvor højden af en rafte, målt i meter, er givet ved

$$f(x) = -0{,}0416x^3 + 0{,}208x^2 + 1 \quad , \qquad 0 < x < 5$$

hvor x er raftens afstand fra lågen, målt i meter. Se tegningen nedenfor.

(a) Bestem den værdi af x hvori $f(x)$ har maksimum, og forklar hvad du herved har fundet ud af om raftehegnet.

(b) Bestem maksimum for $f(x)$, og forklar hvad du herved har fundet ud af om raftehegnet.



Øvelse 31.1

Få tegnet grafen for $f(x) = \sqrt{(x-2)^2} + 1$ på lommeregneren.

(a) Ser det ud til at f er differentiabel i 0 ?

(b) Ser det ud til at f er differentiabel i 2 ?

(c) Ser det ud til at f er differentiabel i 3 ?

Øvelse 31.2

Få tegnet grafen for $f(x) = 2 - \sqrt[3]{x-1}$ på lommeregneren.

Grafen har en tangent i hvert punkt, men der er ét tal hvor f ikke ikke differentiabel.

Gæt dette tal ud fra grafen.

Øvelse 32.1

I tabellen har vi skrevet værdien af $\frac{x^2-x}{2x-2}$ for forskellige værdier af x.

x :	0,60	0,90	0,98	$\to 1 \leftarrow$	1,02	1,10	1,40
$\frac{x^2-x}{2x-2}$:	0,30	0,45	0,49		0,51	0,55	0,70

Som ovenstående antyder, gælder:

Vi kan få $\frac{x^2-x}{2x-2}$ så tæt på _______ det skal være
ved at vælge x tæt nok på _______ .

Derfor siger vi at

_______ er grænseværdien af $\frac{x^2-x}{2x-2}$ for x gående mod _______ .

Med symboler skriver vi grænseværdien sådan:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-x}{2x-2} \ .$$

Dette symbol betegner altså tallet _______ .

Øvelse 32.2

I øvelse 32.1 omtaler vi størrelsen $f(x) = \frac{x^2-x}{2x-2}$.

Vi påstår at vi kan få $f(x)$ så tæt på $\frac{1}{2}$ det skal være, ved at vælge x tæt nok på 1.

Antag at vi vil have at afstanden mellem $f(x)$ og $\frac{1}{2}$ skal være mindre end $0{,}0001$.
Angiv et lille interval om 1 så det for alle x der ligger i intervallet og er forskellig fra 1, gælder at afstanden mellem $f(x)$ og $\frac{1}{2}$ er mindre end $0{,}0001$.
(Du skal blot gætte intervallet ved at udregne $f(x)$ for nogle tal x der ligger tæt på 1).

Øvelse 32.3

Udregn nogle funktionsværdier for funktionen

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} \ .$$

så du kan gætte svar på spørgsmålene nedenfor.

(a) Hvad er grænseværdien af $f(x)$ for x gående mod 2 ?

(b) Angiv et interval om 2 så det for alle x der ligger i intervallet og er forskellig fra 2, gælder at afstanden mellem $f(x)$ og grænseværdien er mindre end $0{,}001$.

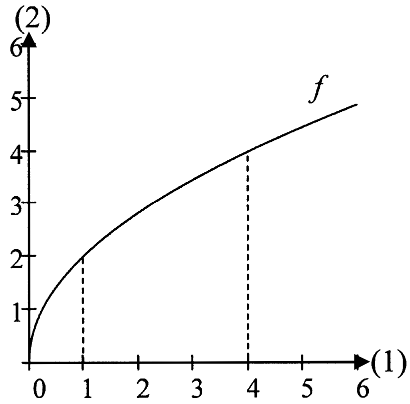
Øvelse 32.4

Figuren viser grafen for funktionen

$$f(x) = 2\sqrt{x} \ .$$

(a) Udregn andenkoordinaterne til de to grafpunkter hvis førstekoordinater er 1 og 4.

(b) Udregn hældningskoefficienten for linjen gennem disse to punkter.



Lad $hk(x)$ betegne hældningskoefficienten for linjen gennem grafpunktet med førstekoordinat 1 og et andet grafpunkt med førstekoordinat x.
Tallet $hk(4)$ er altså det tal der er svaret på (b).

(c) Udregn $hk(1{,}1)$, $hk(1{,}01)$ og $hk(0{,}999)$.

(d) Gæt ud fra svarene i (c) grænseværdien af $hk(x)$ for x gående mod 1. Se om dit svar kan passe med figuren.

Øvelse 32.5

Brug metode 32.1 til at udregne følgende to tal:

(1) $\displaystyle\lim_{x\to -3} \frac{x+3}{x^2+3x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{6-3x}$

Øvelse 33.1

Det er oplyst at $f'(4) = 10$ og $g'(4) = 5$.

Brug sætningerne 32.2 , 32.3 og 33.1 til at udregne følgende tre tal:

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \left(20 \cdot \frac{f(x)-f(4)}{x-4} \right)$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \left(\frac{f(x)-f(4)}{x-4} + \frac{g(x)-g(4)}{x-4} \right)$

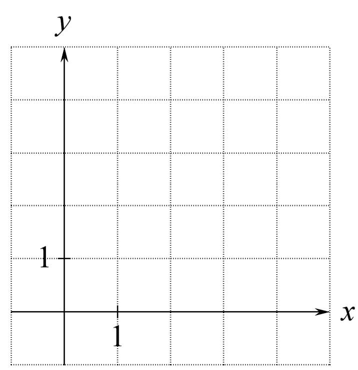
Øvelse 33.2

Tegn grafen for en funktion f sådan at

$$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 1$$

og

$$\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 2 \quad \text{når} \quad x = 3$$



Øvelse 34.1 Når du løser øvelserne 34.1-34.4, så forbereder du dig på at læse ramme 34 i teorihæftet.

(a) Når en linje går gennem punkterne (x_1, y_1) og (x_2, y_2),

så er dens hældningskoefficient $a = \frac{\qquad}{\qquad}$ Brøkstreg.

(b) På grafen for en funktion f ligger to punkter med x-koordinater x_1 og x_2.

Disse punkters y-koordinater er $y_1 =$ ______ og $y_2 =$ ______

Linjen gennem disse to punkter har hældningskoefficienten

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}$$

(c) På grafen for en funktion g ligger et punkt P med x-koordinat x_o og et punkt Q med x-koordinat x. Linjen gennem P og Q kalder vi l.

l har hældningskoefficienten

$$\frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}$$

Ved at vælge x tilstrækkelig tæt på x_o kan vi opnå at hældningskoefficienten for l er så tæt det skal være på hældningskoefficienten for __________________ i det punkt på grafen som har x-koordinaten _____

$g'(x_o)$ er hældningskoefficienten for __________________ i det punkt på grafen som har x-koordinaten _____

$\lim\limits_{x \to x_o} \frac{g(x) - g(x_o)}{x - x_o}$ er hældningskoefficienten for __________________ i det punkt på grafen som har x-koordinaten _____

Øvelse 34.2 Når du løser øvelserne 34.1-34.4, så forbereder du dig på at læse ramme 34 i teorihæftet.

For funktionen $f(x) = x^2$ gælder:

$f(5) =$ _____ $\qquad f(\pi) =$ _____ $\qquad f(x_o) =$ _____

$$\frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} = \frac{\qquad - \qquad}{x - x_o}$$

$\frac{x^2 - x_o^2}{x - x_o}$ er ____________________________________ for linjen gennem de to punkter på grafen som har x-koordiater _____ og _____

$\lim\limits_{x \to x_o} \frac{x^2 - x_o^2}{x - x_o}$ er hældningskoefficienten for __________________ i det punkt på grafen som har x-koordinaten _____

Øvelse 34.3 Når du løser øvelserne 34.1 - 34.4 , så forbereder du dig på at læse ramme 34 i teorihæftet.

(a) Hvilke af de 6 udtryk er lig hinanden uanset hvilke tal vi indsætter for a og b ?

(1) $(a+b)\cdot(a+b)$ (4) a^2-b^2

(2) $(a+b)\cdot(a-b)$ (5) $(a-b)^2$

(3) $(a-b)\cdot(a-b)$ (6) $(a+b)^2$

(b) $x_2^2-x_1^2 \;=\; (\qquad\qquad)\cdot(\qquad\qquad)$

(c) Hvilke af de 4 udtryk er lig hinanden uanset hvilke to forskellige tal vi indsætter for a og b ?

(1) $\dfrac{a^2-b^2}{a-b}$ (2) $a-b$ (3) $a+b$ (4) $\dfrac{(a+b)\cdot(a-b)}{a-b}$

(d) $\dfrac{x_2^2-x_1^2}{x_2-x_1} =$

Øvelse 34.4 Når du løser øvelserne 34.1 - 34.4 , så forbereder du dig på at læse ramme 34 i teorihæftet.

(a) Når $x=4{,}5$ er $x+2=$ _______

Når $x=4{,}1$ er $x+2=$ _______

Når $x=4{,}001$ er $x+2=$ _______

Når x er nær 4 , er $x+2$ nær ___ $+2$ = ___

(b) Når $x=4{,}5$ er $x+a=$ ____________

Når $x=4{,}1$ er $x+a=$ ____________

Når $x=4{,}001$ er $x+a=$ ____________

Når x er nær 4 , er $x+a$ nær ___ $+a$

(c) Når x er nær a , er $x+a$ nær ___ $+a$ = ______

Øvelse 34.5 I denne øvelse udleder du formlen for at differentiere en lineær funktion.

Når $f(x)=a\cdot x+b$ er

$$f'(x_o) \;=\; \lim_{x\to x_o}\frac{f(x)-f(x_o)}{x-x_o} \;=\; \lim_{x\to x_o}\frac{(\qquad\qquad)-(\qquad\qquad)}{x-x_o}$$

$$=\; \lim_{x\to x_o}\frac{\qquad\qquad\qquad}{x-x_o} \;=\; \lim_{x\to x_o}\frac{\qquad - \qquad}{x-x_o}$$

$$=\; \lim_{x\to x_o}\frac{\quad\cdot(\qquad-\qquad)}{x-x_o} \;=\; \lim_{x\to x_o} \qquad\qquad =$$

Øvelse 34.6 Når du løser øvelserne 34.6 - 34.7, så forbereder du dig på at løse øvelse 34.8.

(a) $\sqrt{9} =$ _____ $\quad \sqrt{9}^2 =$ _____ $\quad \sqrt{16}^2 =$ _____ $\quad \sqrt{5}^2 =$ _____ $\quad \sqrt{x}^2 =$ _____

(b) Hvilke af følgende udtryk er lig hinanden uanset hvilke tal ≥ 0 vi indsætter for w og v?

(1) $\sqrt{w}$ $\quad$ (2) $\sqrt{w}^2$ $\quad$ (3) $\sqrt{w}+\sqrt{w}$ $\quad$ (4) $\sqrt{w}\cdot\sqrt{w}$ $\quad$ (5) $2\sqrt{w}$

(6) $(w+v)(w-v)$ $\quad$ (7) w^2-v^2 $\quad$ (8) $w-v+w-v$

(c) Hvilke af følgende ligninger er gyldige for alle tal x og x_o som er ≥ 0?

(1) $\sqrt{x}^2-\sqrt{x_o}^2 \;=\; (\sqrt{x}+\sqrt{x_o})(\sqrt{x}-\sqrt{x_o})$

(2) $x - x_o \;=\; (\sqrt{x}+\sqrt{x_o})(\sqrt{x}-\sqrt{x_o})$

(3) $\sqrt{x}^2-\sqrt{x_o}^2 \;=\; x - x_o$

Øvelse 34.7 Når du løser øvelserne 34.6 - 34.7, så forbereder du dig på at løse øvelse 34.8.

Når $x = 4{,}5$ er $\sqrt{x}+3 =$ ____________

Når $x = 4{,}1$ er $\sqrt{x}+3 =$ ____________

Når $x = 4{,}01$ er $\sqrt{x}+3 =$ ____________

Når x er nær 4, er $\sqrt{x}+3$ nær _____

Når x er nær a, er $\sqrt{x}+3$ nær _________

Øvelse 34.8 I denne øvelse udleder du formlen for at differentiere kvadratrodsfunktionen.

Når $f(x) = \sqrt{x}$ er

$$f'(x_o) = \lim_{x\to x_o} \frac{f(\quad)-f(\quad)}{x-x_o}$$

$$= \lim_{x\to x_o} \frac{\sqrt{\quad}-\sqrt{\quad}}{x-x_o}$$

$$= \lim_{x\to x_o} \frac{\sqrt{\quad}-\sqrt{\quad}}{(\qquad)(\qquad)}$$ Se øvelse 34.6 (c)

$$= \lim_{x\to x_o} \frac{\quad}{\quad}$$

$$= \frac{\quad}{\quad}$$ Se øvelse 34.7

$$= \frac{\quad}{\quad}$$ Se øvelse 34.6 (b)

Øvelse 35.1 Når du løser øvelserne 35.1 - 35.4 , så forbereder du dig på at læse ramme 35 i teorihæftet.

Hvilke af følgende udtryk er lig hinanden?

(1) $(f(x)+g(x))-(f(a)+g(a))$

(2) $(f(x)-g(x))-(f(a)-g(a))$

(3) $f(x)-g(x)-f(a)+g(a)$

(4) $f(x)+g(x)-f(a)-g(a)$

(5) $(f(x)-f(a))+(g(x)-g(a))$

(6) $(f(x)-f(a))-(g(x)-g(a))$

Øvelse 35.2 Når du løser øvelserne 35.1 - 35.4 , så forbereder du dig på at læse ramme 35 i teorihæftet.

Hvilke af følgende udtryk er lig hinanden?

(1) $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}$ (2) $\frac{2+4}{5}$ (3) $\frac{2+4}{5+5}$ (4) $\frac{3+k}{x-2}$ (5) $\frac{3}{x-2}+\frac{k}{x-2}$ (6) $\frac{3+k}{x}-\frac{3+k}{2}$

Øvelse 35.3 Når du løser øvelserne 35.1 - 35.4 , så forbereder du dig på at læse ramme 35 i teorihæftet.

Hvilke af følgende udtryk er lig hinanden?

(1) $\frac{(h+k)-(p+q)}{a-b}$ (2) $\frac{h-p+k+q}{a-b}$ (3) $\frac{h-p}{a-b}-\frac{k-q}{a-b}$

(4) $\frac{h-p}{a-b}+\frac{k-q}{a-b}$ (5) $\frac{h-p+k-q}{a-b}$

Øvelse 35.4 Når du løser øvelserne 35.1 - 35.4 , så forbereder du dig på at læse ramme 35 i teorihæftet.

Hvilke af følgende udtryk er lig hinanden?

(1) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ (2) $\lim\limits_{x\to 10}\frac{g(x)-g(10)}{x-10}$ (3) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\ln(x)-\ln(2)}{x-2}$

(4) $g'(4)$ (5) $f'(4)$ (6) $\frac{1}{2}$ (7) $g'(10)$

Øvelse 35.5 I denne øvelse udleder du formlen for at differentiere differensen mellem to funktioner.

Når $f(x) \;=\; g(x)-h(x)$ er

$$f'(x_0) \;=\; \lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \;=\; \lim_{x\to x_0}\frac{\big(g(\quad)\quad h(\quad)\big)-\big(g(\quad)\quad h(\quad)\big)}{x-x_0}$$

$$=\; \lim_{x\to x_0}\frac{\big(g(\quad)\quad g(\quad)\big)\;-\;\big(h(\quad)\quad h(\quad)\big)}{x-x_0}$$

$$=\; \lim_{x\to x_0}\left(\frac{g(\quad)\quad g(\quad)}{x-x_0}\qquad\frac{h(\quad)\quad h(\quad)}{x-x_0}\right)$$

$$=\; \lim_{x\to x_0}\frac{g(\quad)\quad g(\quad)}{x-x_0}\qquad\lim_{x\to x_0}\frac{h(\quad)\quad h(\quad)}{x-x_0}$$

$$=\; g'(x_0)\qquad h'(x_0)$$

Vi har nu fundet frem til følgende: $\big(g(x)-h(x)\big)' \;=$

Øvelse 35.6

Udled formlen for at differentiere konstant gange funktion, altså formlen $\big(k\cdot f(x)\big)' \;=\; k\cdot f'(x)$.

Øvelse 36.1 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$\left(e^{8x}\right)' =$ $\qquad$ $\left(e^{-6x}\right)' =$ $\qquad$ $\left(6\,e^{3x}\right)' =$

Øvelse 36.2 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$\left(e^{(-1)x}\right)' =$ $\qquad$ $\left(e^{-x}\right)' =$ $\qquad$ $\left(e^{\frac{1}{2}x}\right)' =$ $\qquad$ $\left(e^{\frac{x}{2}}\right)' =$

Øvelse 36.3 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$\left(5\,e^{x} + x^{5}\right)' =$ $\qquad$ $\left(4 - 2\,e^{0{,}03x}\right)' =$

Øvelse 36.4 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$\left(3 + \ln(x)\right)' =$ $\qquad$ $\left(3 \cdot \ln(x)\right)' =$ $\qquad$ $\left(x - \ln(x)\right)' =$

Øvelse 36.5 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

En funktion f har forskriften

$$f(x) = 7x + 4 + 3\,e^{x}$$

Udregn $f'(0)$.

Øvelse 36.6 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

En funktion p har forskriften

$$p(x) = x^{3} - 6\ln(x)$$

Udregn $p'(2)$.

Øvelse 36.7 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

En funktion g har forskriften

$$g(x) = 2x + 3\ln(x)$$

Skriv en ligning for tangenten til grafen for g i punktet $\left(1,\, g(1)\right)$.

Øvelse 36.8 Øvelserne 36.1-39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Hvilke af følgende udtryk er lig hinanden?

(1) $\dfrac{1}{x}$ $\qquad$ (2) $\left(\ln(2) + \ln(x)\right)'$ $\qquad$ (3) $\left(\ln(2x)\right)'$ $\qquad$ (4) $\dfrac{1}{2x}$

Har du husket reglen $\ln(a \cdot b) \;=\; \ln(a) + \ln(b)$?

Øvelse 37.1 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$$\left(x^4 \cdot \mathrm{e}^{5x}\right)' =$$

Svaret er IKKE $4x^3 \cdot 5\mathrm{e}^{5x} = 20x^3\,\mathrm{e}^{5x}$, for da der står "gange" mellem de to x-udtryk, så skal du bruge den lange formel fra ramme 37.

$$\left(4x^2 \cdot \ln(x)\right)' =$$

Øvelse 37.2 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$$\left(x^3 - x\,\mathrm{e}^x + 3\right)' =$$

Øvelse 37.3 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Hvilke af udtrykkene er lig hinanden?

(1) $5x^4$ (2) $\left(x^5\right)'$ (3) $\left(x^2 \cdot x^3\right)'$ (4) $2x \cdot 3x^2$ (5) $6x^3$

Har du husket reglen $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$?

Øvelse 37.4 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Hvilke af udtrykkene er lig hinanden?

(1) $2x$ (2) $\left(x^2\right)'$ (3) $\left(\dfrac{x^5}{x^3}\right)'$ (4) $\dfrac{5x^4}{3x^2}$ (5) $\frac{5}{3}x^2$

Har du rettet dig efter den advarsel der står nederst i ramme 37?

Har du husket reglen $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$?

Øvelse 37.5 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Når $f(x) = -x^3 + 3x^3 \cdot \ln(x)$

er $f'(x) =$

Øvelse 37.6 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Når $g(x) = x - (x + x^2)\,\mathrm{e}^x$

er $g'(x) =$

Øvelse 38.1 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$f(x) = (1+3x)^2$

Når $w = 1+3x$ er $f(x) = w^2$

så $w = 1+3x$ er indre funktion

og $y = w^2$ er ydre funktion.

$g(x) = x + (1+3x)^2$

Når $w = 1+3x$ er $g(x) = x + w^2$

$x + w^2$ indeholder x , så $w = 1+3x$ er IKKE indre funktion for $g(x)$.

For hver af følgende funktioner skal du

enten: skrive den indre funktion og den ydre funktion

eller: skrive at der ikke er en indre funktion (se forklaringen til $g(x)$ ovenfor).

(1) $h(x) = \ln(x^2 + 2x + 4)$

(2) $h(x) = (x+1) \cdot \ln(x^2 + 1)$

(3) $h(x) = \mathrm{e}^x \cdot (x^3 + 3)$

(4) $h(x) = \frac{1}{4}(9-x)^3$

(5) $h(x) = (\ln(x))^2 - 100$

(6) $h(x) = (1-x)\,\mathrm{e}^{1-x}$

Øvelse 39.1 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

$f(x) = 4 \cdot (2 + \mathrm{e}^x)^2$

Indre funktion: $w =$

Ydre funktion: $y =$

Indre funktion differentieret: $w' =$

Ydre funktion differentieret: $y' =$

$f'(x) =$

Øvelse 39.2 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Differentier funktionerne:

(1) $f(x) = 3\,\mathrm{e}^{2x^2+4}$

(2) $g(x) = (4 + \ln(x))^3$

Øvelse 39.3 Øvelserne 36.1 - 39.3 skal du løse uden at bruge lommeregner eller computer.

Differentier funktionerne:

(1) $f(x) = (2x+7)^2$

(2) $g(x) = (2x+7)^2 + 4x$

(3) $h(x) = x^3 + \ln(4 + x^2)$