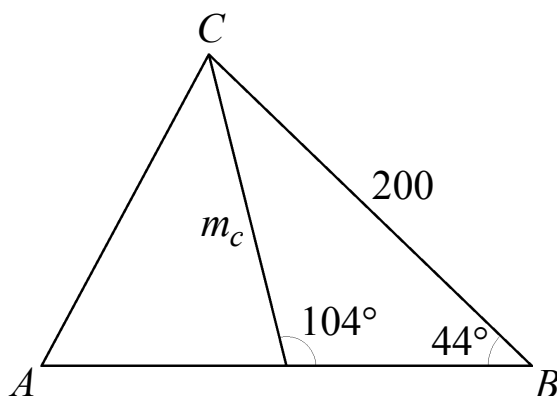


Øvelser

til hæftet

Kortfattet Trekantsberegning for gymnasiet og hf



Dette hæfte indeholder bl.a. mange usædvanlige opgaver som løses hurtigt og får eleverne til efterhånden at vænne sig til at behandle stoffet på en mere abstrakt måde sådan at de får nemmere ved at lære matematikken.

Indhold

1. Højde og areal.....	1
2. Pythagoras' sætning	3
3. Ensvinklede trekanter	6
4. Cosinus og sinus i retvinklet trekant.....	11
5. Tangens i retvinklet trekant	19
6. Vinkler	23
7. Udregne areal ved hjælp af sinus.....	25
8. Sinusrelationen	26
9. Cosinusrelationen	29
10. Tilføjelser.....	32

Øvelser til hæftet "Kortfattet trekantsberegning for gymnasiet og hf"

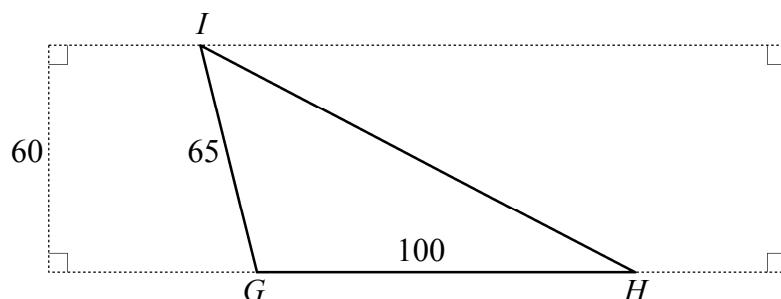
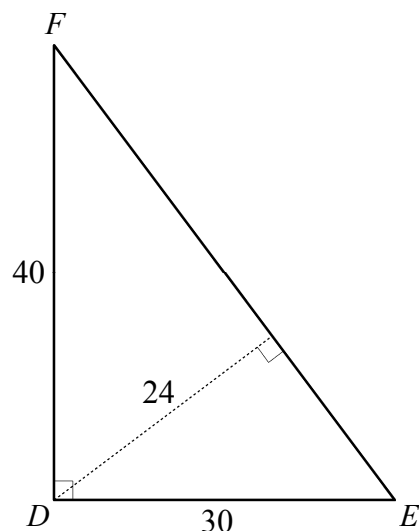
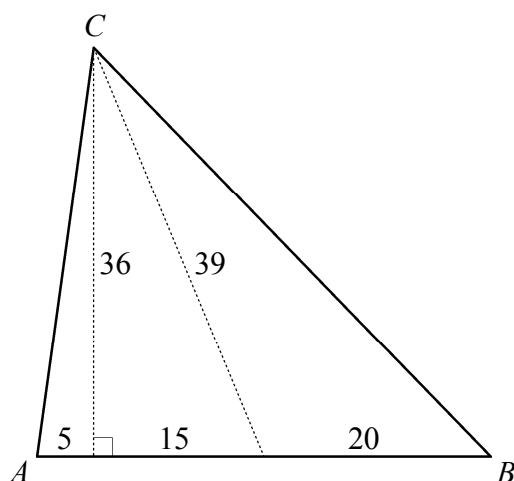
© 2010 Karsten Juul

Dette hæfte kan downloades fra www.mat1.dk

Hæftet må benyttes i undervisningen hvis læreren med det samme sender en e-mail til kj@mat1.dk som dels oplyser at dette hæfte benyttes, dels oplyser om hold, lærer og skole.

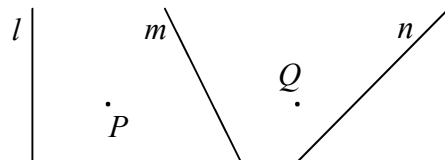
Øvelse 1.1

Udregn arealet af hver af de tre trekanter ABC , DEF og GHI .



Øvelse 1.2

- Tegn en linje der går gennem P og er vinkelret på l .
- Tegn en linje der går gennem P og er vinkelret på m .
- Tegn en linje der går gennem Q og er vinkelret på m .
- Tegn en linje der går gennem Q og er vinkelret på n .



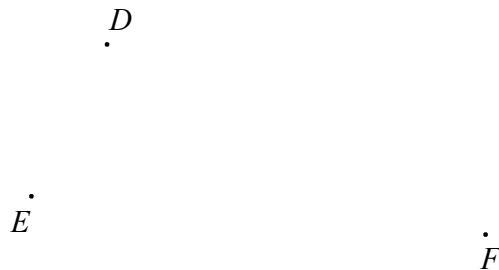
Øvelse 1.3

- Tegn en linje gennem A som er vinkelret på linjen gennem B og C .
- Tegn en linje gennem B som er vinkelret på linjen gennem A og C .
- Tegn en linje gennem C som er vinkelret på linjen gennem A og B .



Øvelse 1.4

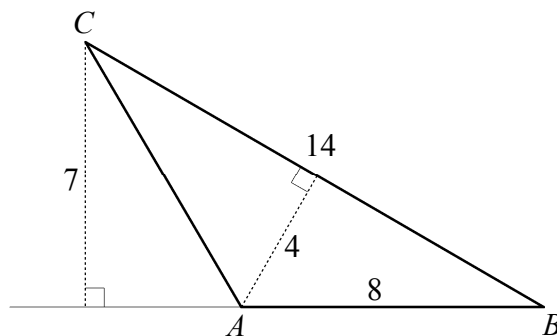
- Tegn en linje gennem D som er vinkelret på linjen gennem E og F .
- Tegn en linje gennem E som er vinkelret på linjen gennem D og F .
- Tegn en linje gennem F som er vinkelret på linjen gennem D og E .



Øvelse 1.5

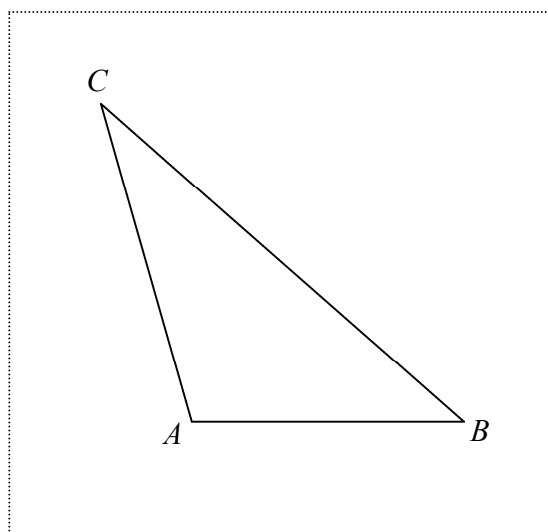
Figuren viser en trekant ABC .

- Hvis vi vælger siden med længde 8 som grundlinje, så er højdens længde _____.
- Hvis vi vælger siden med længde 14 som grundlinje, så er højdens længde _____.



Øvelse 1.6

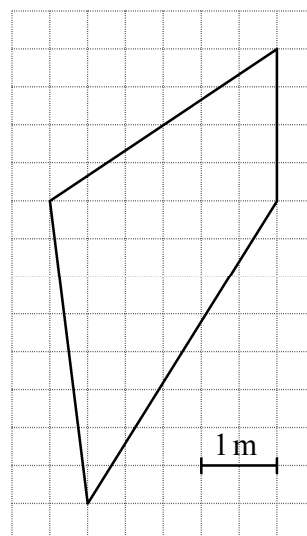
- Tegn det linjestykke som er højde hvis vi vælger BC som grundlinje.
- Tegn det linjestykke som er højde hvis vi vælger AC som grundlinje.



Øvelse 1.7

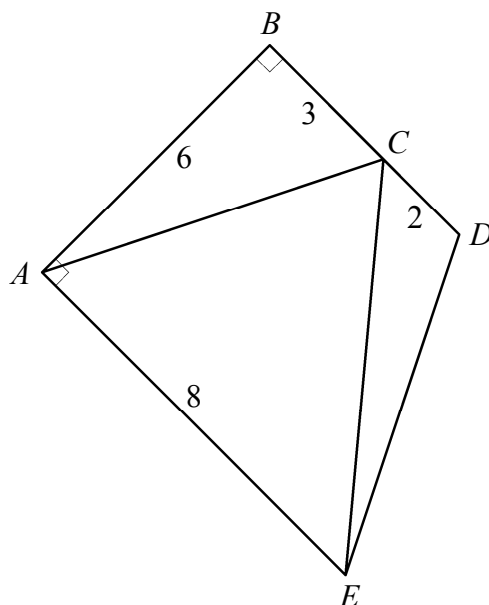
Figuren viser et firkantet bur set fra oven.

Udregn burets areal på den nemmest mulige måde.



Øvelse 1.8

- (a) Udregn arealet af trekant ABC .
- (b) Udregn arealet af trekant ACE .
- (c) Udregn arealet af trekant CDE .



Øvelse 1.9

En trekant PQR har arealet 96. Siden PQ har længden 16.

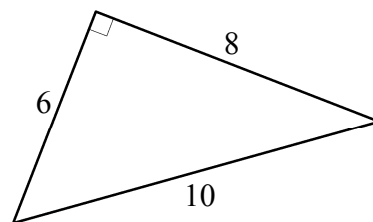
Udregn længden af højden fra R på PQ .

Øvelse 2.1

Figuren viser en retvinklet trekant.

Kateternes længder er _____ og _____.

Hypotenusens længde er _____.

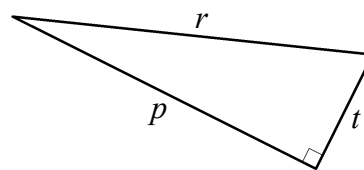


Øvelse 2.2

Figuren viser en retvinklet trekant med siderne p , r og t .

Siderne _____ og _____ er kateterne.

Siden _____ er hypotenusen.



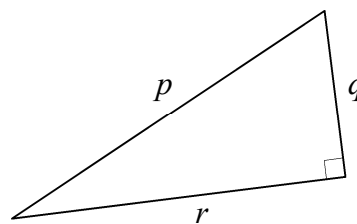
Øvelse 2.3

Afgør for hver ligning om den er korrekt.

(1) $p^2 + q^2 = r^2$

(2) $p^2 + r^2 = q^2$

(3) $r^2 + q^2 = p^2$



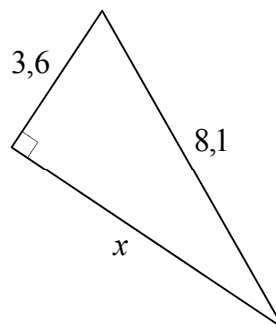
Øvelse 2.4

Afgør for hver ligning om den er korrekt.

(1) $3,6^2 + 8,1^2 = x^2$

(2) $3,6^2 + x^2 = 8,1^2$

(3) $x^2 + 8,1^2 = 3,6^2$



Øvelse 2.5

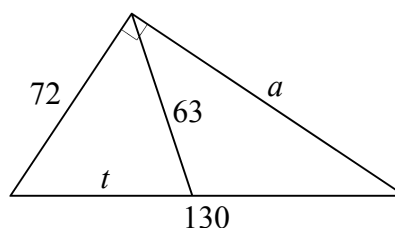
Afgør for hver ligning om den er korrekt.

(1) $72^2 + 63^2 = t^2$

(2) $t^2 + 63^2 = 72^2$

(3) $72^2 + a^2 = 130^2$

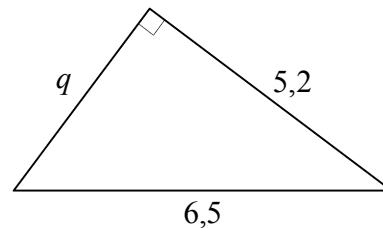
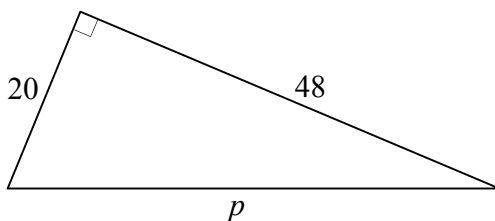
(4) $a^2 + 130^2 = 72^2$



Øvelse 2.6

(a) Udregn siden p .

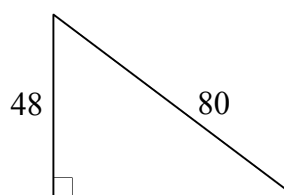
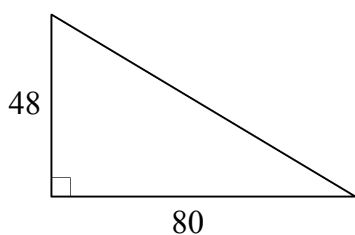
(b) Udregn siden q .



Øvelse 2.7

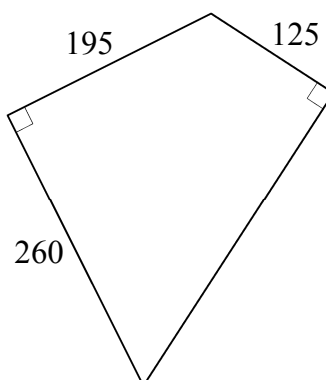
(a) Udregn arealet af trekanten nedenfor til venstre.

(b) Udregn arealet af trekanten nedenfor til højre.



Øvelse 2.8

Udregn arealet af firkanten.



Opgave 2.9

I trekant ABC er $\angle C = 90^\circ$, $|BC| = 6$ og $|AB| = 6,5$.

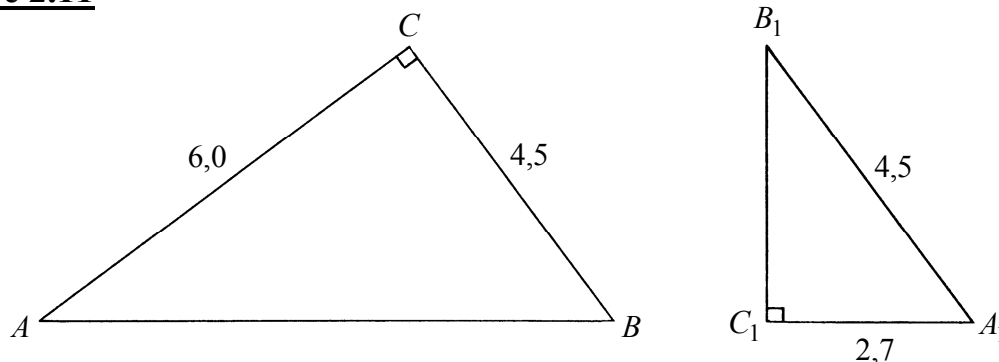
- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem $|AC|$.

Opgave 2.10

I trekant DEF er $\angle F = 90^\circ$, $|EF| = 4,8$ og $|DF| = 2$.

- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem $|DE|$.

Opgave 2.11



Trekanterne ABC og $A_1B_1C_1$ er retvinklede.

- a) Bestem arealet af trekant ABC .
b) Bestem arealet af trekant $A_1B_1C_1$.

Opgave 2.12

I trekant GHI er $\angle I = 90^\circ$, $|GI| = 2$ og $|HI| = 1,5$.

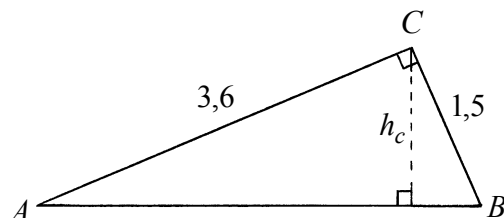
- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem arealet.

Opgave 2.13

I trekant JKL er $\angle L = 90^\circ$, $|JK| = 3$ og $|KL| = 1,8$.

- a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem arealet.

Opgave 2.14

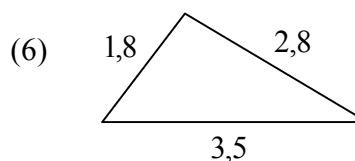
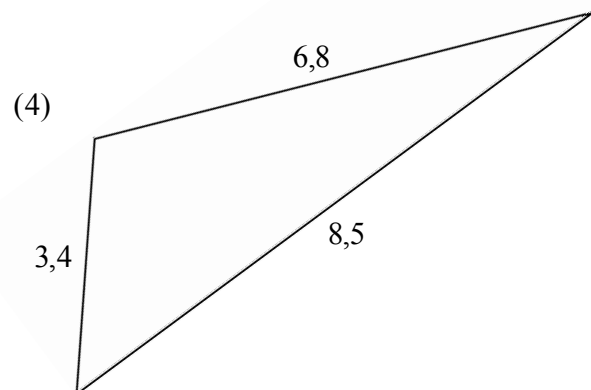
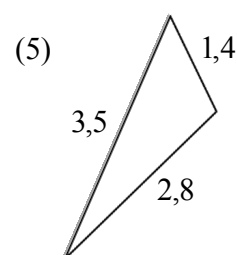
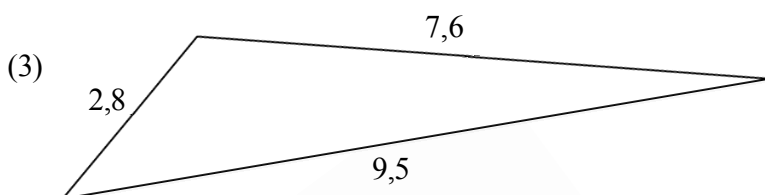
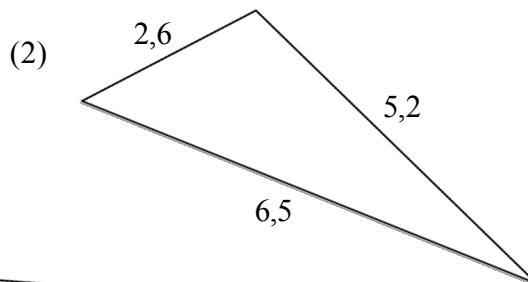
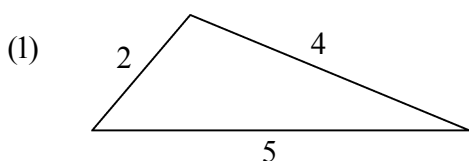


Figuren viser trekant ABC hvor vinkel C er ret, samt højden h_c fra C på siden AB .

- a) Bestem $|AB|$.
b) Bestem arealet af trekant ABC , og bestem derefter længden af h_c .

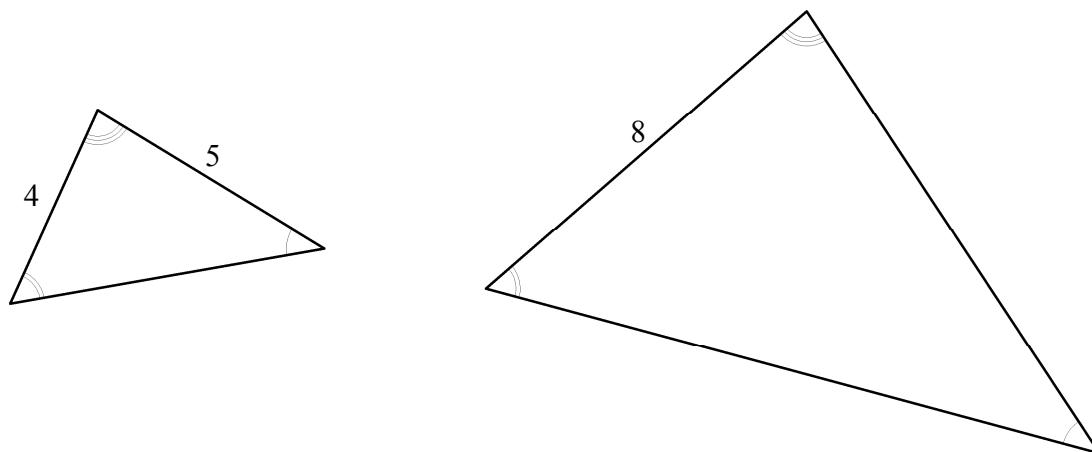
Øvelse 3.1

- (a) Hvilket tal skal vi gange siderne i trekant (1) med for at få siderne i trekant (2)?
Da alle sider skal ganges med samme tal, er (2) en forstørrelse eller en formindskelse af (1).
Det tal vi ganger med, er størrelsesforholdet og kaldes skalafaktoren.
- (b) For hver af trekantene (3), (4), (5) og (6) skal du afgøre om der findes en skalafaktor som ganget med siderne i (1) giver siderne i den pågældende trekant. Angiv skalafaktoren hvis den eksisterer.



Øvelse 3.2

På figuren nedenfor bruger vi buer, dobbelte buer og tredobbelte buer til at vise hvilke vinkler der er lige store. Trekantene har samme vinkler, så de har samme form. Den store er altså en forstørrelse af den lille. Siden med længde 8 i den store trekant har samme modstående vinkel som siden med længde _____ i den lille trekant. Denne længde skal ganges med _____ for at få 8. Dette tal der skal ganges med, kaldes skalafaktoren. Skalafaktoren er altså _____.



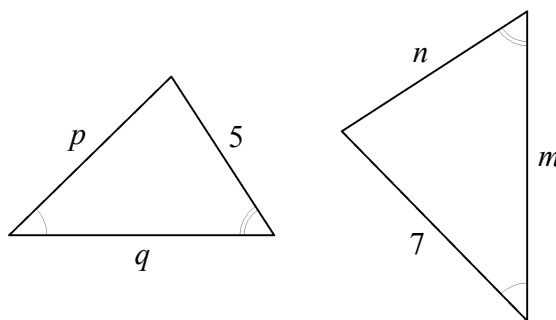
I den store trekant gælder: Siden over for vinklen med tredobbelte bue har længden 12.

I den lille trekant gælder: Siden over for vinklen med tredobbelte bue har længden _____.

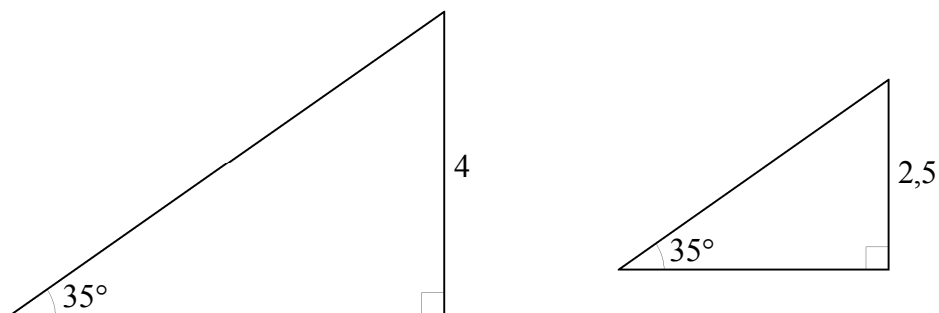
Øvelse 3.3

De to trekanter til højre er ensvinklede, så der findes et tal k som ganget med siderne i første trekant giver siderne i anden trekant. Afgør for hver af følgende ligninger om den er gyldig:

- (1) $5 \cdot k = 7$
- (2) $p \cdot k = n$
- (3) $p \cdot k = 7$
- (4) $m \cdot k = q$
- (5) $q \cdot k = m$.

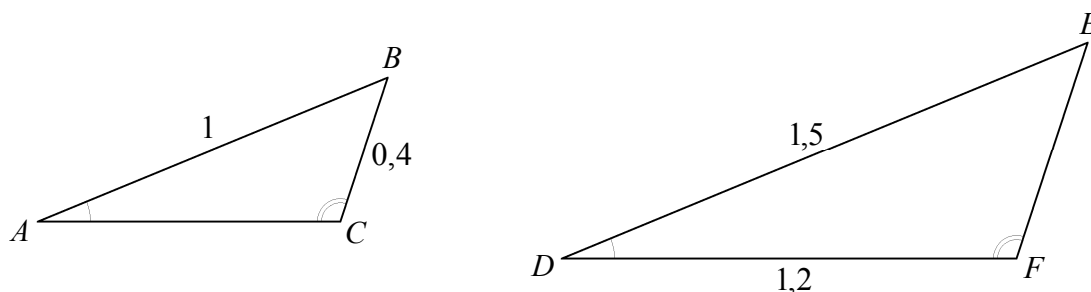


Øvelse 3.4



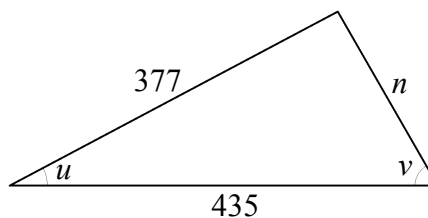
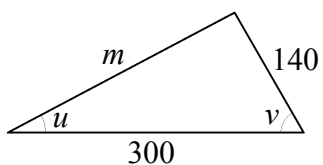
- (a) På figuren ser vi at de to trekanter er _____, så der er en skalafaktor.
- (b) Når vi ganger siderne i den venstre trekant med skalafaktoren _____, så får vi siderne i den højre trekant.
- (c) Når vi ganger siderne i den højre trekant med skalafaktoren _____, så får vi siderne i den venstre trekant.
- (d) Når vi dividerer siderne i den højre trekant med _____, så får vi siderne i den venstre trekant.

Øvelse 3.5



- (a) Når vi ganger siderne i ABC med _____, så får vi siderne i DEF .
- (b) Når vi ganger 0,4 med _____, så får vi længden af EF . Længden er _____.
- (c) Når vi dividerer 1,2 med _____, så får vi længden af AC . Længden er _____.

Øvelse 3.6



(a) $300 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 435$

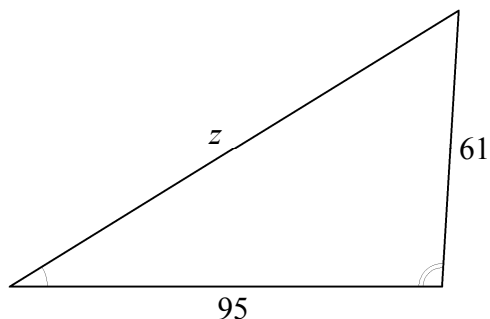
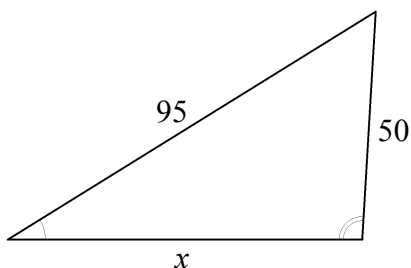
(b) $n = \underline{\hspace{2cm}} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(c) $m = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(d) Denne division skriver vi normalt som en brøk sådan: $m = \underline{\hspace{2cm}}$

Brøkstreg

Øvelse 3.7



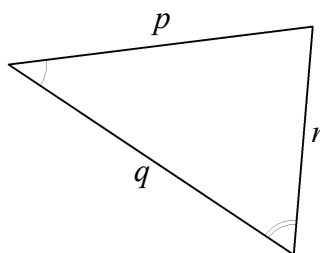
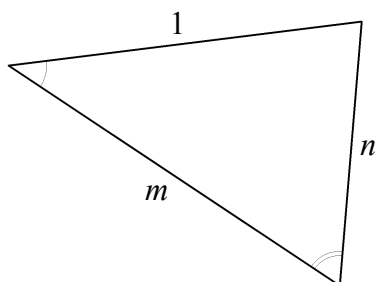
Afgør for hver ligning om den er sand eller falsk:

(a) $z = 95 \cdot 1,23$

(b) $x = \frac{95}{1,22}$

(c) $z = 95 \cdot 1,22$

Øvelse 3.8



Afgør for hver ligning om den er sand eller falsk:

(a) $m = \frac{q}{p}$

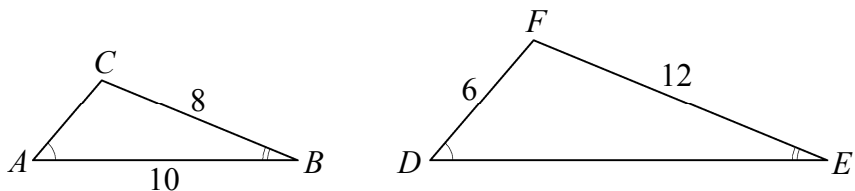
(b) $r = \frac{n}{p}$

(c) $r = n \cdot q$

(d) $q = m \cdot p$

(e) $n = \frac{r}{p}$

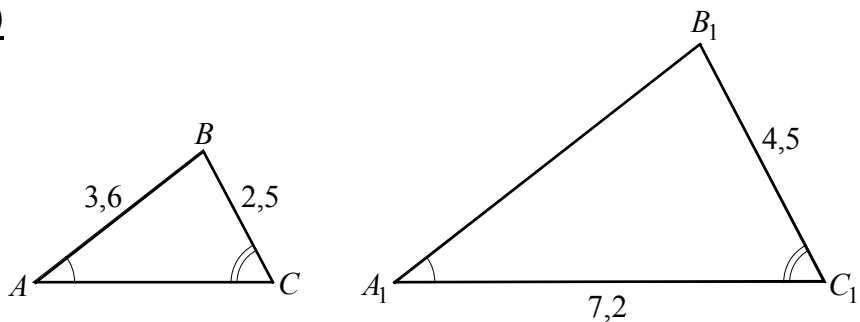
Opgave 3.9



Figuren viser to ensvinklede trekanter ABC og DEF .

- a) Bestem længden af hver af siderne DE og AC .

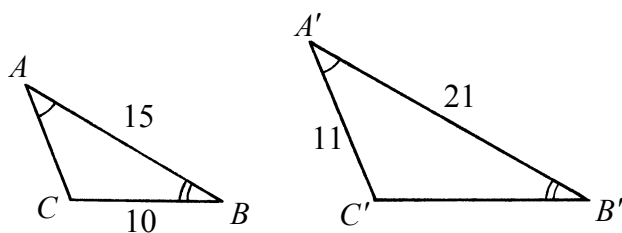
Opgave 3.10



Trekanterne ABC og $A_1B_1C_1$ er ensvinklede. Nogle af trekanternes mål fremgår af figuren.

- a) Bestem længden af siden A_1B_1 og længden af siden AC .

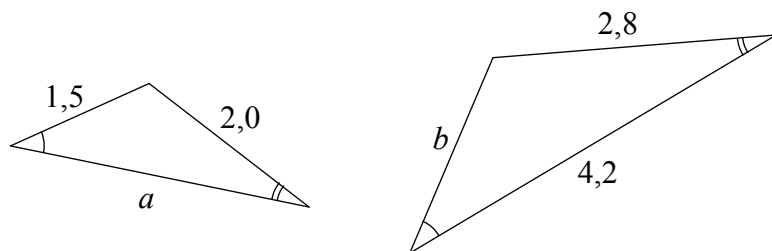
Opgave 3.11



Trekanterne ABC og $A'B'C'$ er ensvinklede. Nogle af trekanternes mål fremgår af figuren.

- a) Bestem længden af siden $B'C'$ og længden af siden AC .

Opgave 3.12



På billedet ses to ensvinklede trekanter.

- a) Beregn a og b .

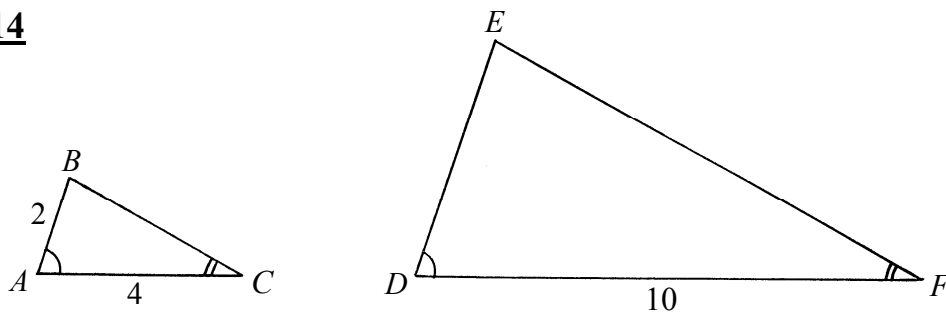
Opgave 3.13

I de ensvinklede trekanter ABC og $A'B'C'$ er $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$ og $\angle C = \angle C'$.

Desuden er $|AB| = 36$, $|BC| = 24$, $|A'B'| = 45$ og $|A'C'| = 65$.

- a) Tegn en skitse af trekanterne, og bestem $|B'C'|$ og $|AC|$.

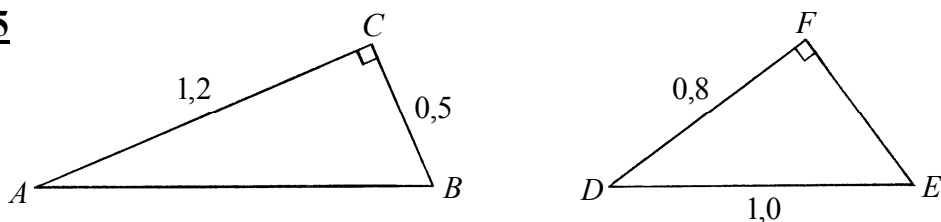
Opgave 3.14



Trekantene ABC og DEF er ensvinklede.

- a) Bestem længden af siden DE .

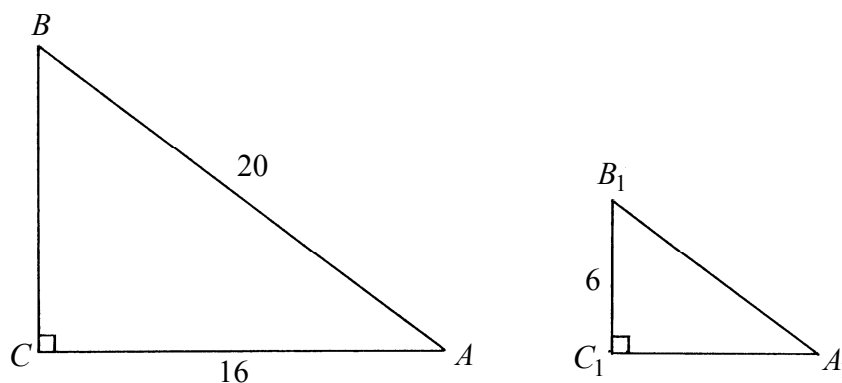
Opgave 3.15



Trekantene ABC og DEF er retvinklede.

- a) Bestem længden af siden AB .
b) Bestem længden af siden EF .

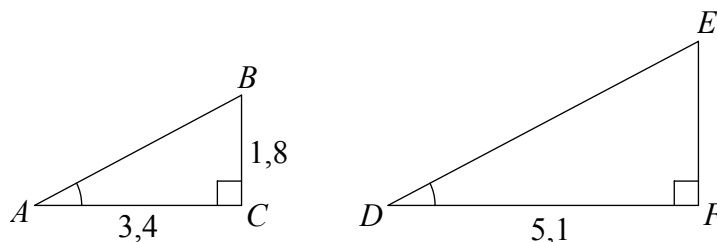
Opgave 3.16



Trekantene ABC og $A_1B_1C_1$ er retvinklede og ensvinklede.

- a) Bestem $|BC|$.
b) Bestem $|A_1B_1|$.

Opgave 3.17



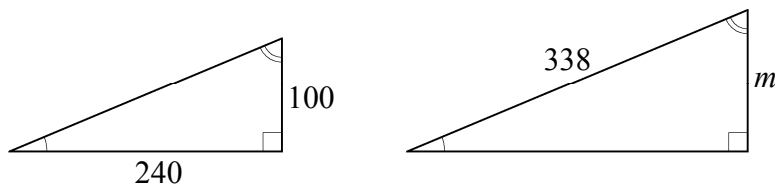
De to retvinklede trekanter ABC og DEF er ensvinklede.

- a) Bestem $|AB|$ og $|EF|$.

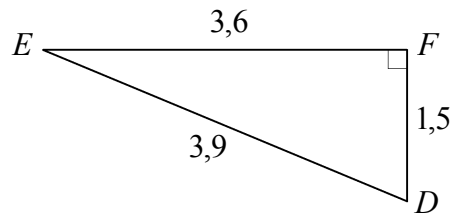
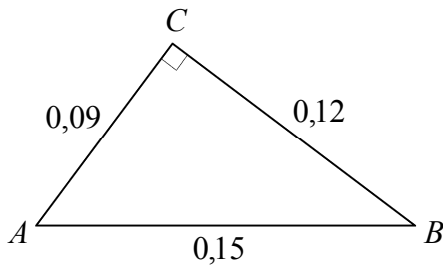
Opgave 3.18

Trekantene er ensvinklede og retvinklede.

- a) Bestem siden m .



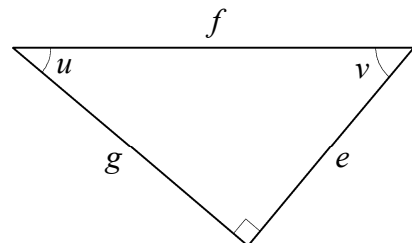
Øvelse 4.1



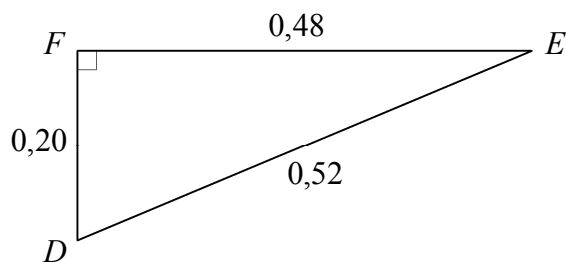
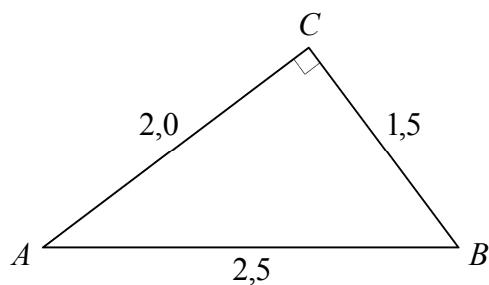
- (a) Vinkel A 's hosliggende sider har længderne _____ og _____ .
- (b) Vinkel A 's hosliggende katete har længden _____ .
- (c) Vinkel B 's hosliggende sider har længderne _____ og _____ .
- (d) Vinkel B 's hosliggende katete har længden _____ .
- (e) Vinkel A 's modstående katete har længden _____ .
- (f) Vinkel B 's modstående katete har længden _____ .
- (g) Vinkel D 's hosliggende katete har længden _____ .
- (h) Vinkel E 's modstående katete har længden _____ .
- (i) Vinkel D 's modstående katete har længden _____ .
- (j) Vinkel E 's hosliggende katete har længden _____ .

Øvelse 4.2

- (a) Vinkel u 's hosliggende sider er _____ og _____ .
- (b) Vinkel u 's hosliggende katete er _____ .
- (c) Vinkel v 's hosliggende katete er _____ .
- (d) Vinkel u 's modstående katete er _____ .
- (e) Vinkel v 's modstående katete er _____ .



Øvelse 4.3



- (a) Vinkel A 's modstående katete har længden _____ .
- (b) Vinkel D 's modstående katete har længden _____ .
- (c) Vinkel B 's modstående katete har længden _____ .
- (d) Vinkel E 's modstående katete har længden _____ .

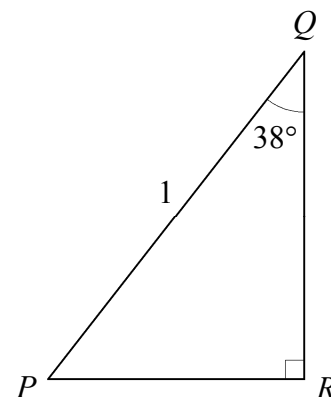
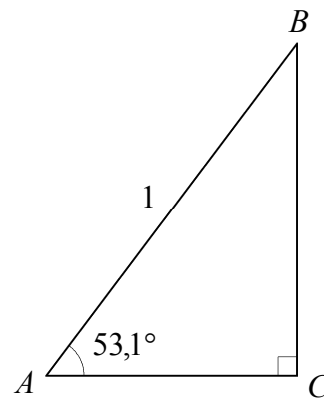
Øvelse 4.4

- (a) AC er _____ katete til vinkel A i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er _____. Derfor er AC 's længde lig _____ $(53,1^\circ) =$ _____

- (b) BC er _____ katete til vinkel A i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er _____. Derfor er BC 's længde lig _____ $(53,1^\circ) =$ _____

- (c) PR er _____ katete til vinkel Q i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er _____. Derfor er PR 's længde lig _____ $(38^\circ) =$ _____

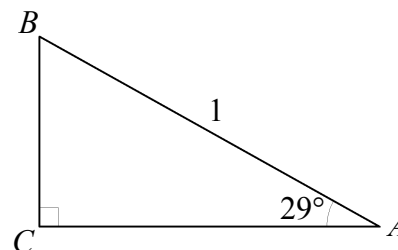
- (d) QR er _____ katete til vinkel Q i en retvinklet trekant hvor hypotenusens længde er _____. Derfor er QR 's længde lig _____ $(38^\circ) =$ _____



Øvelse 4.5

- (a) Vi får udregnet at $\sin(29^\circ) =$ _____ . Dette betyder at længden af siden _____ er _____ .

- (b) Vi får udregnet at $\cos(29^\circ) =$ _____ . Dette betyder at længden af siden _____ er _____ .



Øvelse 4.6

På figuren ser vi at

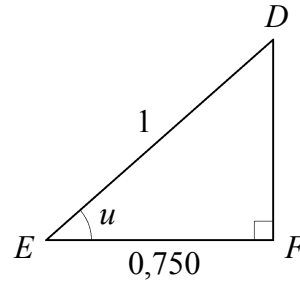
$$\cos(u) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Vi taster denne ligning og får den løst mht. u for u mellem 0° og 90° . Vi får:

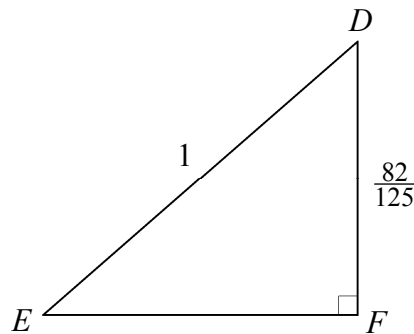
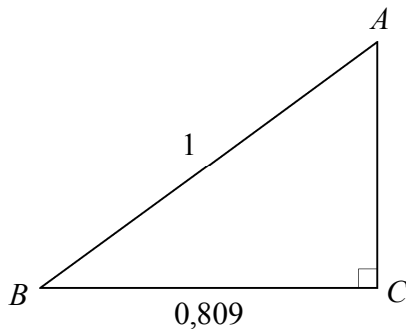
$$u = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Dette betyder at

$$\text{vinklen } E \text{ er } \underline{\hspace{2cm}} .$$



Øvelse 4.7



(a) $\sin(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ så $A = \underline{\hspace{2cm}}$ dvs. vinkel A er $\underline{\hspace{2cm}}$.

(b) Vinkel E er $\underline{\hspace{2cm}}$.

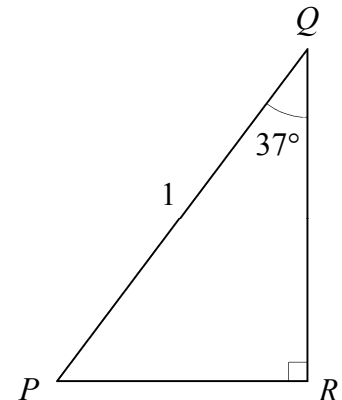
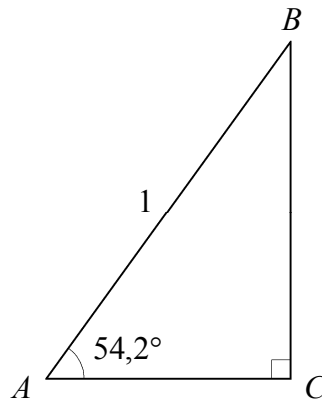
Øvelse 4.8

(a) Længden af AC er $\underline{\hspace{2cm}}$

(b) Længden af BC er $\underline{\hspace{2cm}}$

(c) Længden af PR er $\underline{\hspace{2cm}}$

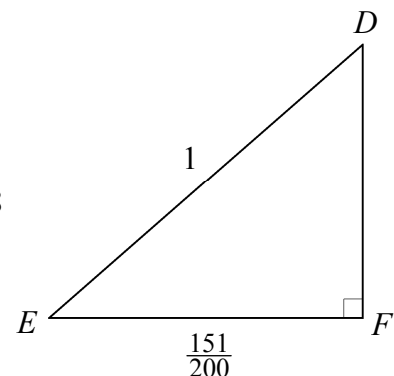
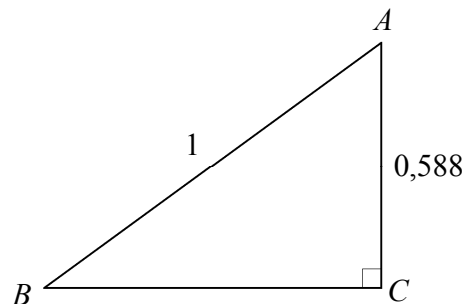
(d) Længden af QR er $\underline{\hspace{2cm}}$



Øvelse 4.9

(a) Vinkel B er $\underline{\hspace{2cm}}$

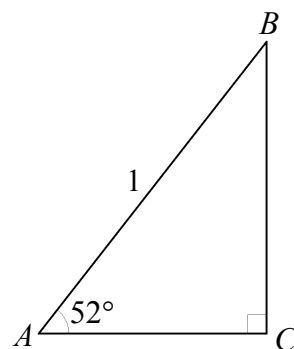
(b) Vinkel E er $\underline{\hspace{2cm}}$



Øvelse 4.10

I den retvinklede trekant ABC er hypotenusen 1
så længden af AC er _____ (52°) som er lig _____
fordi AC er den hosliggende katete til vinklen på 52° .

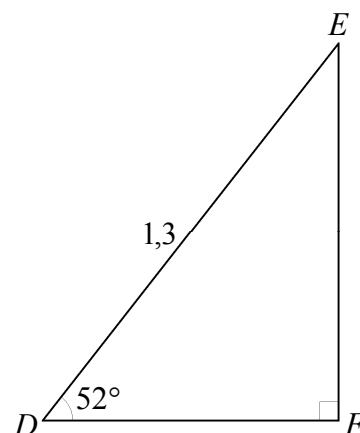
I den retvinklede trekant ABC er hypotenusen 1
så længden af BC er _____ (52°) som er lig _____
fordi BC er den _____ katete til vinklen på 52° .



Vinkel A er lig vinkel D , og vinkel C er lig vinkel _____,
og så må vinkel B være lig vinkel _____.

Altså er trekant ABC ensvinklet med trekant _____,
så der er en _____ faktor k .

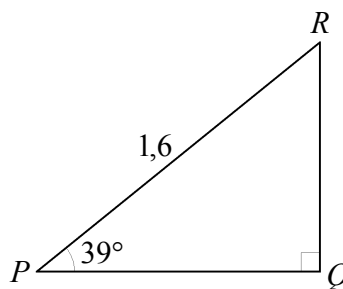
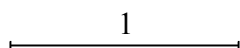
Da siderne AB og _____ har ens modstående
vinkler, er $1 \cdot k =$ _____, dvs. $k =$ _____.



Længden af AC gange _____ er længden af DF , så længden
af DF er _____.

Længden af BC gange _____ er længden af EF , så længden
af EF er _____.

Øvelse 4.11



Vi vil undersøge den retvinklede trekant PQR ovenfor til højre.

Til venstre for denne trekant skal du tegne en trekant som er
ensvinklet med trekant PQR og har hypotenusen 1.

Hypotenusen i den trekant du har tegnet, skal ganges med _____ for at få hypotenusen i PQR .

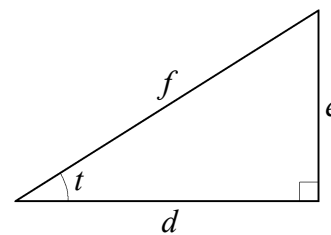
Kateterne i den trekant du har tegnet, skal ganges med _____ for at få kateterne i trekant PQR .

I den trekant du har tegnet, har den vandrette katete længden _____, og den lodrette
katete har længden _____. $PQ =$ _____. $QR =$ _____.

Øvelse 4.12

(a) For hver af følgende ligninger skal du afgøre om den er korrekt.

- (1) $e \cdot \sin(t) = f$ (4) $f \cdot \cos(t) = d$
(2) $f \cdot \sin(t) = d$ (5) $d \cdot \cos(t) = f$
(3) $f \cdot \sin(t) = e$ (6) $f \cdot \cos(t) = e$



(b) Hvis $e = 2,5$ og $t = 32^\circ$ er

$$f \cdot \sin(32^\circ) = 2,5$$

Vi løser denne ligning mht. _____ for _____

og får _____ = _____, dvs. _____ = _____

(c) Hvis $d = 200$ og $f = 236$ er

$$\text{_____} \cdot \text{_____}(t) = \text{_____}$$

Vi løser denne ligning mht. _____ for _____

og får _____ = _____ dvs. _____ = _____

Øvelse 4.13

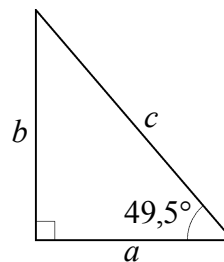
Når vi ganger $\cos(49,5^\circ)$ med siden c får vi siden _____

Når vi ganger $\sin(49,5^\circ)$ med siden _____ får vi siden b .

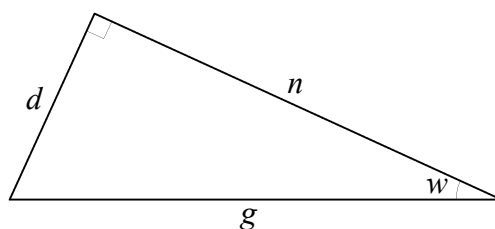
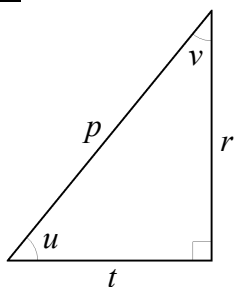
Hvis $c = 1$ er $b =$ _____

Hvis $c = 2$ er $b =$ _____

Hvis $c = 10$ er $b =$ _____



Øvelse 4.14



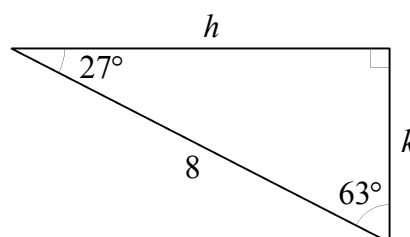
Hvilke af ligningerne nedenfor er korrekte?

- (a) $t \cdot \cos(u) = p$ (b) $p \cdot \cos(v) = r$ (c) $p \cdot u = t$ (d) $p \cdot \cos(v) = t$
(e) $n \cdot \cos(w) = d$ (f) $n \cdot \cos(w) = g$ (g) $g \cdot \cos(w) = n$.

Øvelse 4.15

(a) Skriv to ligninger med cosinus som er gyldige for den viste trekant.

(b) Skriv to ligninger med sinus som er gyldige for den viste trekant.



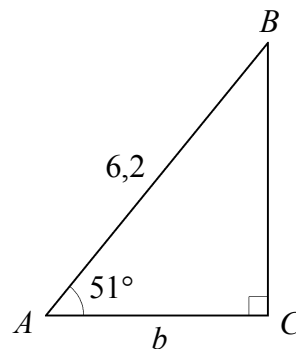
Øvelse 4.16

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1) $6,2 + \cos(51^\circ) = b$
- (2) $b \cdot \sin(51^\circ) = 6,2$
- (3) $6,2 \cdot \sin(51^\circ) = b$
- (4) $6,2 \cdot \cos(51^\circ) = b$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde b .

$b =$ _____



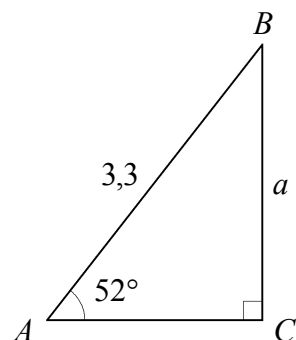
Øvelse 4.17

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1) $a + \sin(52^\circ) = 3,3$
- (2) $3,3 + \sin(52^\circ) = a$
- (3) $3,3 \cdot \sin(51^\circ) = a$
- (4) $3,3 \cdot \sin(52^\circ) = a$
- (5) $3,3 \cdot \cos(52^\circ) = a$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde a .

$a =$ _____



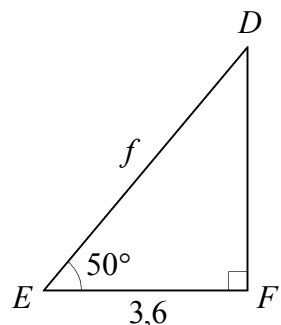
Øvelse 4.18

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1) $3,6 \cdot \cos(50^\circ) = f$
- (2) $f \cdot \sin(50^\circ) = 3,6$
- (3) $f \cdot \cos(50^\circ) = 3,6$
- (4) $3,6 \cdot \cos(50^\circ) = f$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde f .

$f =$ _____



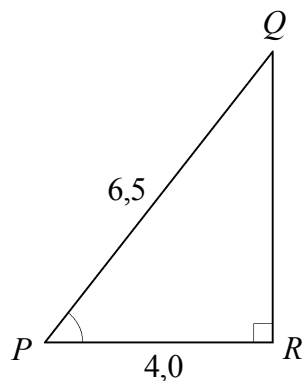
Øvelse 4.19

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1) $6,2 \cdot \cos(P) = 4,0$
- (2) $6,2 \cdot \sin(P) = 4,0$
- (3) $6,5 \cdot \cos(P) = 4,0$
- (4) $4,0 \cdot \cos(P) = 6,5$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde vinkel P .

$P =$ _____



Øvelse 4.20

I trekant RST er vinkel S ret, vinkel R er 25° ,
og længden af siden ST er 1,1.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn længden af siden RT .

Øvelse 4.21

I trekant DEF er vinkel D ret, længden af siden DE er 3,5,
og længden af siden EF er 6,1.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn gradtallet for vinkel F .

Øvelse 4.22

I trekant EFG er vinkel F ret, længden af siden EF er 31,
og længden af siden EG er 64.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn gradtallet for vinkel E .

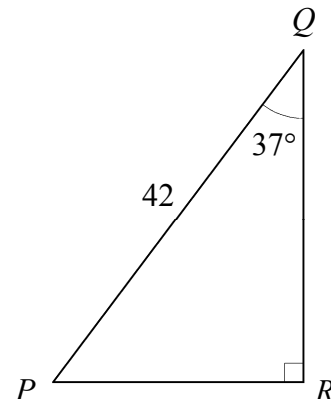
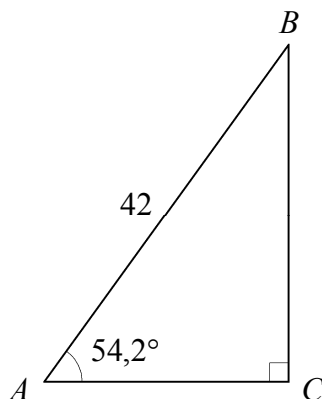
Øvelse 4.23

Om trekant KLM er oplyst at gradtallet for vinkel K er 90° ,
at gradtallet for vinkel L er 26° , og at hypotenusens længde er 49.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn længden af kateten KL .

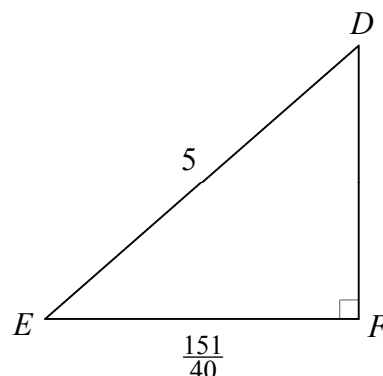
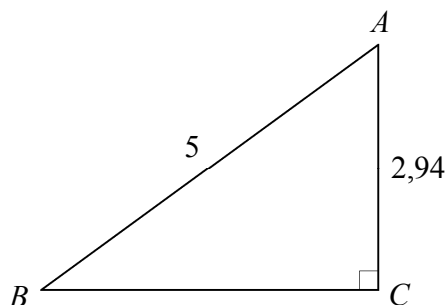
Øvelse 4.24

Udregn længden af hver
af siderne BC og PR .



Øvelse 4.25

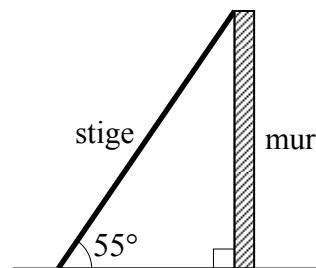
Udregn vinklerne A og D .



Opgave 4.26

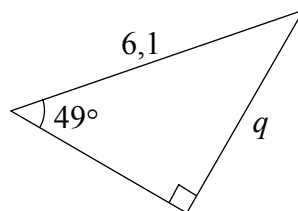
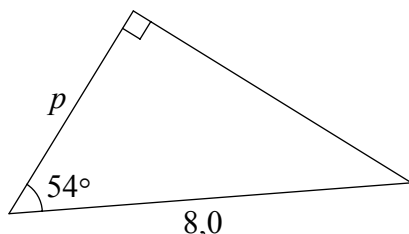
Figuren viser en stige der når op til toppen af en 3 m høj mur. Stigen danner en vinkel på 55° med jordoverfladen.

Bestem længden af stigen.



Opgave 4.27

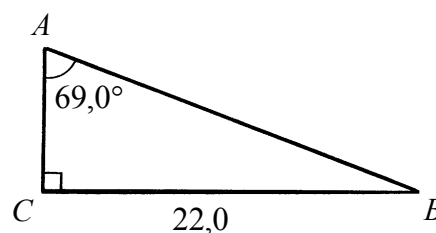
Udregn siderne p og q i de viste trekanter.



Opgave 4.28

Figuren viser en trekant ABC hvor vinklen C er ret.

Udregn længden af AB .



Opgave 4.29

I en retvinklet trekant ABC er vinkel C ret, længden af siden a er 6, og længden af siden c er 7.

Tegn en skitse af trekant ABC , og udregn gradtallet for vinkel B .

Opgave 4.30

I trekant ABC er vinkel C ret, længden af siden b er 15,2, og vinkel A er $47,5^\circ$.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn længden af siden c .

Opgave 4.31

I trekant QRS er $\angle S = 90^\circ$, $s = 62$ og $r = 15$.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn $\angle R$.

Opgave 4.32

I trekant JKL er $\angle L = 90^\circ$, $\angle J = 49^\circ$ og $j = 4$.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn l .

Opgave 4.33

I trekant MNP er $\angle P = 90^\circ$, $\angle M = 55^\circ$ og $p = 11$.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn m .

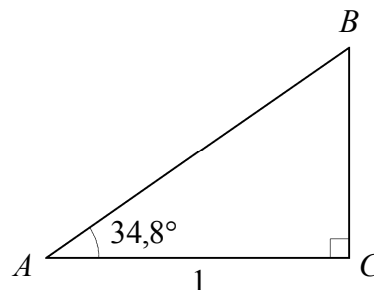
Øvelse 5.1

På lommeregner udregner vi at

$$\tan(34,8^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Dette betyder at

længden af siden $\underline{\hspace{1cm}}$ er $\underline{\hspace{2cm}}$.



Øvelse 5.2

På figuren ser vi at

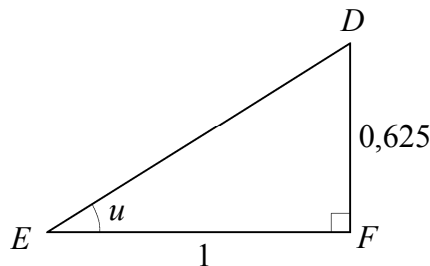
$$\tan(u) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Vi taster denne ligning og får den løst mht. u for u mellem 0° og 90° . Vi får:

$$u = \underline{\hspace{2cm}} .$$

Dette betyder at

vinklen E er $\underline{\hspace{2cm}}$.



Øvelse 5.3

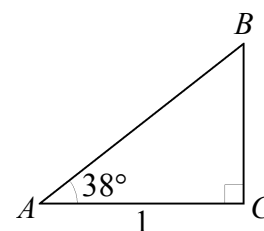
Trekant ABC er retvinklet og

den hosliggende katete til vinklen på 38° har længden $\underline{\hspace{1cm}}$

så længden af BC er $\underline{\hspace{1cm}}$ (38°)

fordi BC er den modstående katete til vinklen på 38°

Længden af BC er $\underline{\hspace{2cm}}$.

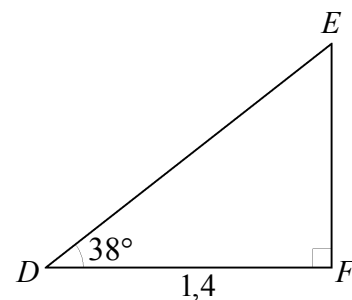


Vinkel A er lig vinkel D , og vinkel C er lig vinkel $\underline{\hspace{1cm}}$,

og så må vinkel B være lig vinkel $\underline{\hspace{1cm}}$.

Altså er trekant ABC ensvinklet med trekant $\underline{\hspace{1cm}}$,

så der er en $\underline{\hspace{1cm}}$ faktor k .



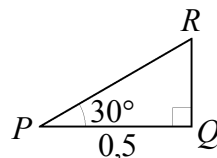
Siderne med længder 1 og 1,4 har ens modstående vinkler,

så $1 \cdot k = \underline{\hspace{1cm}}$, dvs. $k = \underline{\hspace{1cm}}$.

Længden af BC gange $\underline{\hspace{1cm}}$ er længden af EF ,

så længden af EF er $\underline{\hspace{2cm}}$.

Øvelse 5.4



Vi vil undersøge den retvinklede trekant PQR ovenfor til højre.

Til venstre for trekant PQR skal du tegne en trekant som er ensvinklet med trekant PQR og hvor den hosliggende katete til vinklen på 30° har længden 1 .

Den vandrette katete i den trekant du har tegnet, skal ganges med _____ for at få den vandrette katete i PQR .

Den lodrette katete i den trekant du har tegnet, skal ganges med _____ for at få den lodrette katete i trekant PQR .

I den trekant du har tegnet, har den lodrette katete længden _____ .

Vi ganger denne længde med _____ og får at længden af QR er _____ .

Øvelse 5.5

(a) For hver af følgende ligninger skal du afgøre om den er korrekt.

(1) $e \cdot \tan(t) = d$

(2) $f \cdot \tan(t) = e$

(3) $d \cdot \tan(t) = e$

(b) Hvis $e = 7,4$ og $t = 32^\circ$ er

$$d \cdot \tan(32^\circ) = 2,5$$

Vi løser denne ligning mht. _____ for _____

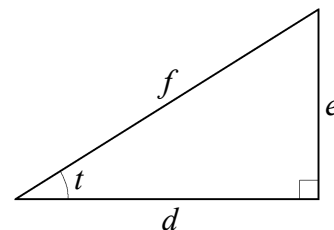
og får _____ = _____ , dvs. _____ = _____ .

(c) Hvis $d = 600$ og $e = 375$ er

$$\tan(t) = \frac{e}{d}$$

Vi løser denne ligning mht. _____ for t mellem _____ og _____

og får _____ = _____ dvs. _____ = _____ .



Øvelse 5.6

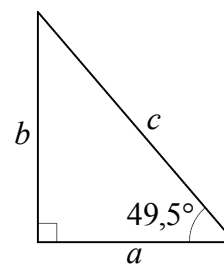
Når vi ganger $\tan(49,5^\circ)$ med siden a får vi siden _____

Hvis $a = 1$ er $b =$ _____

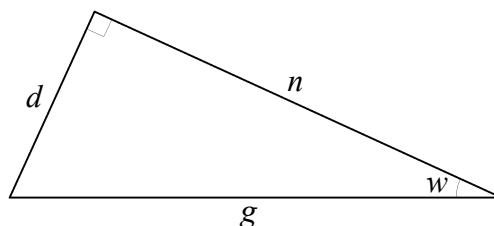
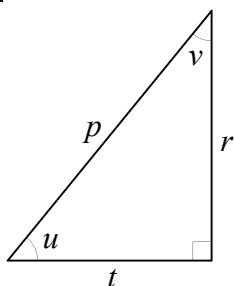
Hvis $a = 2$ er $b =$ _____

Hvis $a = 10$ er $b =$ _____

Hvis $a = 100$ er $b =$ _____



Øvelse 5.7



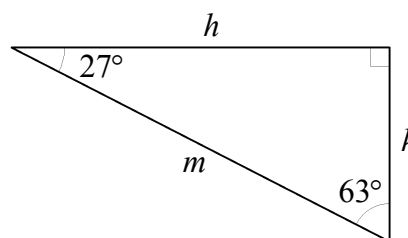
Hvilke af ligningerne nedenfor er korrekte?

(a) $t \cdot \tan(v) = r$ (b) $t \cdot \tan(u) = r$ (c) $t \cdot u = r$ (d) $p \cdot \tan(v) = t$

(e) $g \cdot \tan(w) = d$ (f) $n \cdot \tan(w) = d$ (g) $n \cdot \tan(w) = g$.

Øvelse 5.8

Skriv to ligninger med tangens som er gyldige for den viste trekant.



Øvelse 5.9

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

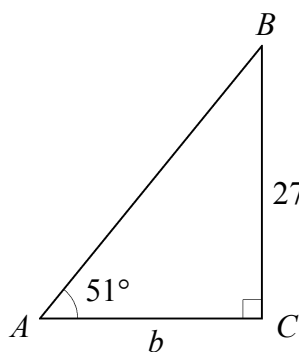
(1) $b + \tan(51^\circ) = 27$

(2) $27 \cdot \sin(51^\circ) = b$

(3) $b \cdot \tan(51^\circ) = 27$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde b .

$b =$ _____



Øvelse 5.10

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

(1) $26 \cdot \tan(51^\circ) = e$

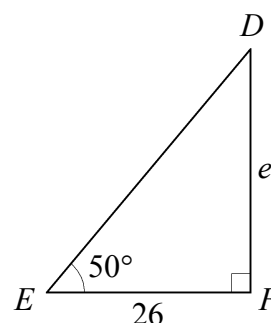
(2) $26 \cdot \sin(50^\circ) = e$

(3) $26 \cdot \tan(50^\circ) = e$

(4) $e \cdot \tan(50^\circ) = 26$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde e .

$e =$ _____



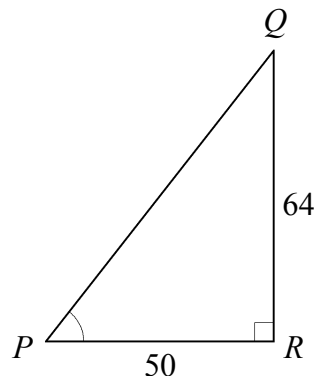
Øvelse 5.11

Hvilken af følgende ligninger er korrekt?

- (1) $50 \cdot \sin(P) = 64$
- (2) $50 \cdot \tan(P) = 64$
- (3) $64 \cdot \tan(P) = 50$

Brug den korrekte af ligningerne til at finde vinkel P .

$P =$ _____



Øvelse 5.12

Vi ser at trekant PQR er _____ vinklet,

at den hosliggende katete til vinkel P har længden _____ og

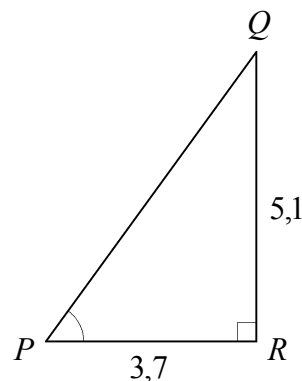
at den _____ katete til vinkel P har længden _____.

Derfor er _____ \cdot _____ $(P) =$ _____

Vi taster denne ligning og får den løst mht. P

for P mellem _____ og _____, og får $P =$ _____

dvs. vinkel P er _____.



Opgave 5.13

I trekant HIJ er vinkel I ret, vinkel H er 18° , og længden af siden HI er 7,7.

Tegn en skitse af trekant HIJ , og udregn længden af siden IJ .

Opgave 5.14

I trekant ABC er vinkel C ret, vinkel A er 36° , og længden af siden BC er 8,0.

Tegn en skitse af trekant ABC , og udregn længden af siden AC .

Opgave 5.15

I trekant GHI er $\angle I = 90^\circ$, $|GI| = 14$ og $|HI| = 20$.

a) Tegn en skitse af trekanten, og bestem $\angle G$.

Opgave 5.16

I trekant ABC er $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 31^\circ$ og $|AC| = 5$.

a) Tegn en skitse af trekanten, og udregn $|BC|$.

Opgave 5.17

I trekant DEF er $\angle F = 90^\circ$, $\angle D = 81^\circ$ og $|EF| = 12$.

Tegn en skitse af trekanten, og udregn $|DF|$.

Øvelse 6.1

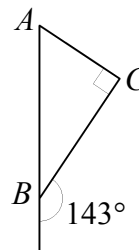
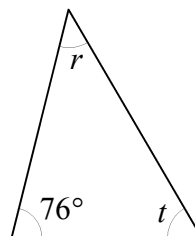
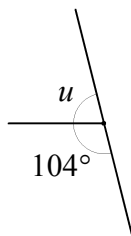
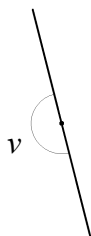
Skriv gradtal:

$$v = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$u = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$r+t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$$



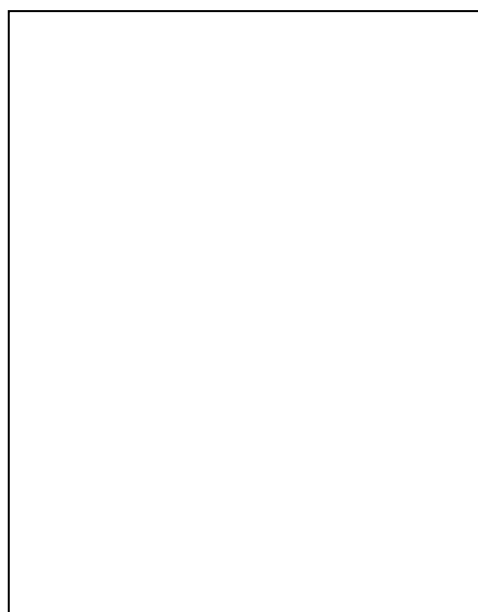
Øvelse 6.2

I en trekant PQR gælder at vinkel Q er 37° , og at længden af siden PQ er 5,1 .

På siden PR ligger et punkt S sådan at QS er vinkelret på PR .

Længden af QS er 4,7 .

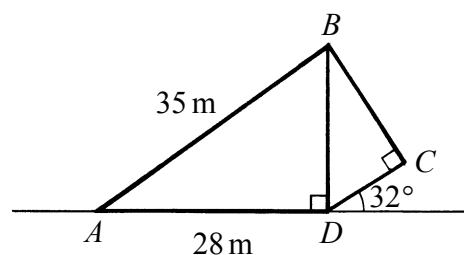
- Tegn en skitse der viser disse oplysninger.
- Brug trekant PQS til at udregne vinkel P .
- Udregn vinkel R .



Opgave 6.3

Figuren viser tværsnittet af et kunstmuseum. Tværsnittet er en firkant $ABCD$ hvor vinkel C er ret, og diagonalen BD står vinkelret på siden AD .

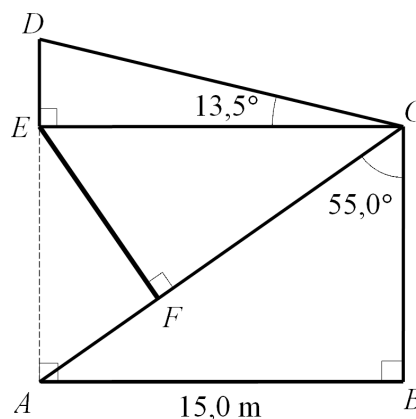
- Bestem længden af BD , og bestem vinkel A .
- Bestem længden af DC .



Opgave 6.4

Figuren viser en tribune i tværsnit. Stangen EF holder taget. En person har målt de tal der står på figuren.

- Bestem $|BC|$.
- Bestem $|DE|$.
- Bestem $|EF|$.



Øvelse 6.5

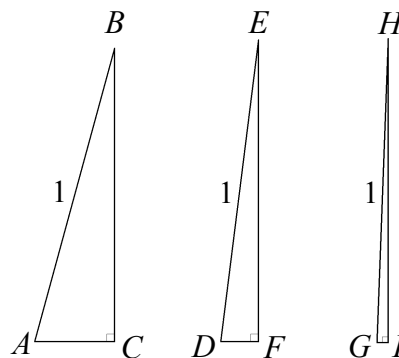
Figuren viser tre retvinklede trekanter med hypotenuse én.

$$A = 75^\circ \text{ så } |AC| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D = 83^\circ \text{ så } |DF| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$G = 88^\circ \text{ så } |GI| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos(90^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



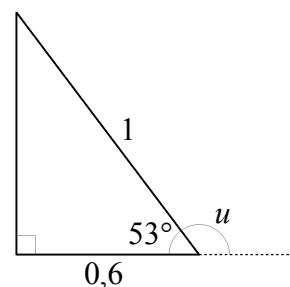
Øvelse 6.6

I denne øvelse må du IKKE bruge lommeregner/computer til at finde svarene.

I STEDET skal du bruge oplysningerne i rammerne 4.2 og 6.2 i teoriheftet.

$$(a) \quad u = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \cos(53^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \cos(127^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(b) \quad 180^\circ - 27^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Da } \cos(27^\circ) = 0,891, \text{ er } \cos(153^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



Øvelse 6.7

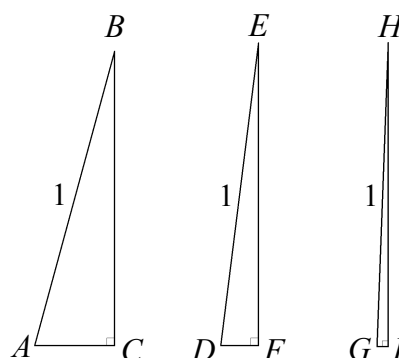
Figuren viser tre retvinklede trekanter med hypotenuse én.

$$A = 75^\circ \text{ så } |BC| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D = 83^\circ \text{ så } |EF| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$G = 88^\circ \text{ så } |HI| = \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{1cm}}^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(90^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



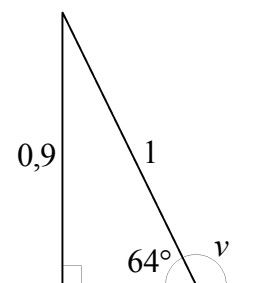
Øvelse 6.8

I denne øvelse må du IKKE bruge lommeregner/computer til at finde svarene.

I STEDET skal du bruge oplysningerne i rammerne 4.2 og 6.3 i teoriheftet.

$$(a) \quad v = \underline{\hspace{2cm}}^\circ \quad \sin(64^\circ) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sin(116^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$

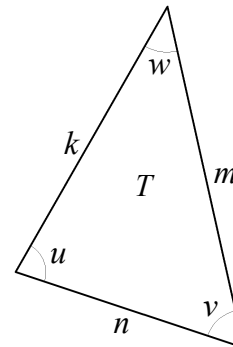
$$(b) \quad 180^\circ - 50^\circ = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Da } \sin(50^\circ) = 0,766, \text{ er } \sin(130^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$$



Øvelse 7.1

- (a) Læs de 6 nederste linjer på side 12 i teori hæftet.
Brug denne regel til at finde ud af hvilke af følgende ligninger der er korrekte. T er trekantens areal.

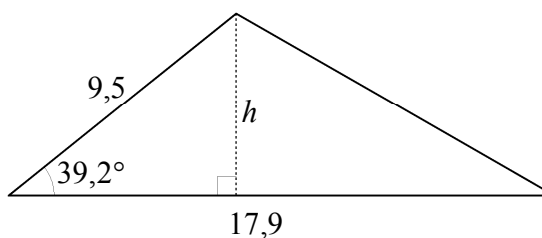
(1) $T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot \sin(u)$	(5) $T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot \sin(w)$
(2) $T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot n \cdot \sin(u)$	(6) $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(v)$
(3) $k \cdot m \cdot \sin(w) = T$	(7) $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \sin(u)$
(4) $T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot n \cdot \cos(v)$	(8) $T = \frac{1}{2} \cdot n \cdot k \cdot \sin(u)$



- (b) Brug en af de korrekte ligninger ovenfor til at finde ud af hvad m er når $T = 20$, $k = 7,2$ og $w = 42,8^\circ$.

Øvelse 7.2

- (a) Udregn højden h .
(b) Udregn trekantens areal.



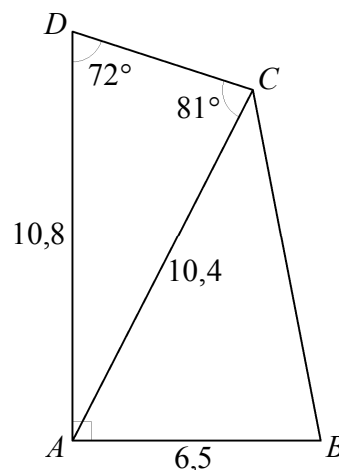
Øvelse 7.3

- (a) Skitsér en trekant ABC hvor $\angle B = 49^\circ$,
 $a = 137$, $b = 167$ og $c = 221$.
(b) Udregn arealet af trekant ABC ved hjælp
af sinusformlen for trekants areal.



Øvelse 7.4

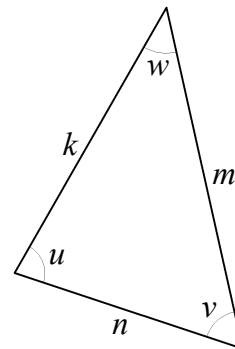
- (a) Udregn vinkel A i trekant ACD .
(b) Udregn arealet af firkant $ABCD$.



Øvelse 8.1

Afgør for hver af ligningerne om den er gyldig for den viste trekant.

$$(1) \frac{k}{\sin(v)} = \frac{n}{\sin(u)} \quad (3) \frac{k}{\sin(v)} = \frac{m}{\sin(u)}$$
$$(2) \frac{w}{\sin(n)} = \frac{v}{\sin(k)} \quad (4) \frac{n}{\sin(w)} = \frac{k}{\sin(v)}$$



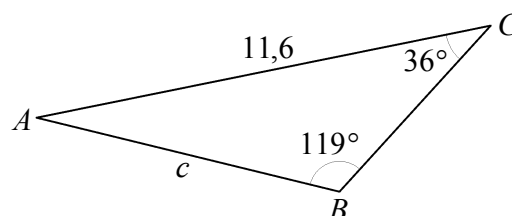
Øvelse 8.2

- (a) Brug sinusrelationen til at skrive en ligning der er gyldig for den viste trekant og indeholder c , $11,6$, 36° og 119° :

$$\frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} = \frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} .$$

- (b) Brug denne ligningen til at udregne c .

$$c = \underline{\hspace{2cm}} .$$

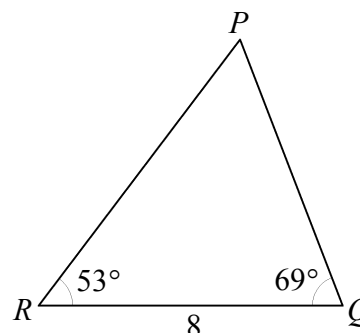


Øvelse 8.3

Når vi lægger de tre vinkler i en trekant sammen, så får vi altid $\underline{\hspace{1cm}}$ °. Derfor er $P = \underline{\hspace{1cm}}$ ° .

Brug sinusrelationen til at skrive en ligning som vi kan bruge til at udregne q :

$$\frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} = \frac{\sin(\quad)}{\sin(\quad)} .$$



Vi taster denne ligning og får den løst mht. q for $q > 0$.

Vi får $q = \underline{\hspace{2cm}} .$

Øvelse 8.4

Tegn en skitse af en trekant hvor:

En side er 79 og dens modstående vinkel er 105° .

En side er 42 og dens modstående vinkel hedder v .

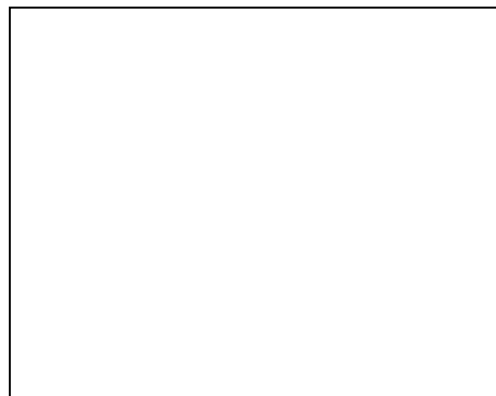
Vinklen v er spids da $\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

Brug sinusrelationen til at udregne gradtallet for v .

$$v = \underline{\hspace{2cm}} .$$



Øvelse 8.5

(a) Hvilke af de 5 ligninger er korrekte?

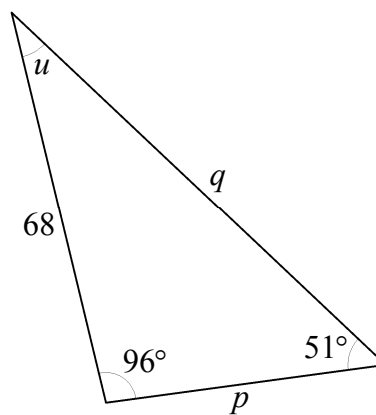
$$(1) \frac{q}{\sin(u)} = \frac{68}{\sin(51^\circ)}$$

$$(2) \frac{68}{\sin(51^\circ)} = \frac{q}{\sin(96^\circ)}$$

$$(3) u = 96^\circ + 51^\circ$$

$$(4) u + 96^\circ + 51^\circ = 180^\circ$$

$$(5) \frac{p}{\sin(u)} = \frac{68}{\sin(51^\circ)}$$



(b) Brug de korrekte ligninger til at udregne q og p .

Øvelse 8.6

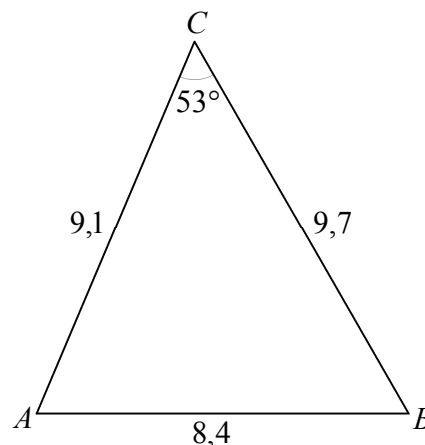
(a) Hvilke af de 4 ligninger er korrekte?

$$(1) \frac{9,7}{\sin(A)} = \frac{9,1}{\sin(B)}$$

$$(2) \frac{8,4}{\sin(C)} = \frac{9,7}{\sin(A)}$$

$$(3) \frac{9,1}{\sin(A)} = \frac{8,4}{\sin(C)}$$

$$(4) \frac{8,4}{\sin(C)} = \frac{9,1}{\sin(B)}$$



(b) Brug en af de korrekte ligninger til at udregne vinkel A .

Øvelse 8.7

(a) Hvilke af de 5 ligninger er korrekte?

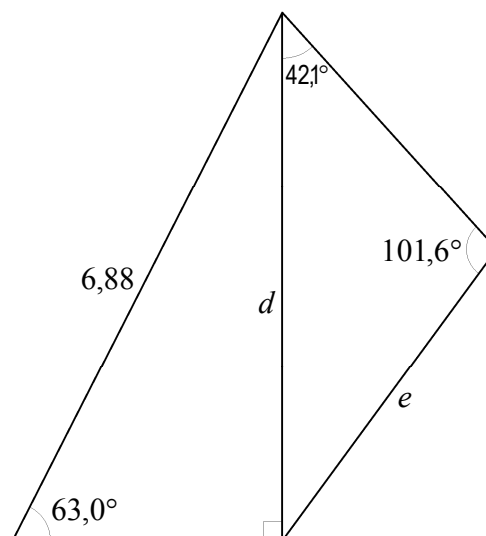
$$(1) d \cdot \sin(63,0^\circ) = 6,88$$

$$(2) 6,88 \cdot \sin(63^\circ) = d$$

$$(3) d \cdot \sin(42,1^\circ) = e$$

$$(4) \frac{e}{\sin(42,1^\circ)} = \frac{d}{\sin(101,6^\circ)}$$

$$(5) \frac{d}{\sin(63^\circ)} = \frac{e}{\sin(42,1^\circ)}$$

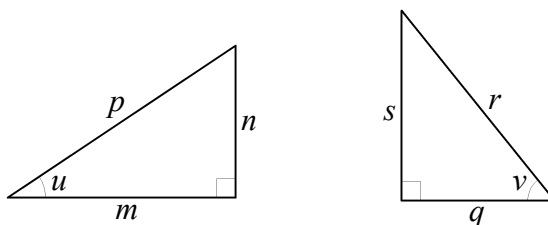


(b) Brug de korrekte ligninger til at udregne d og e .

Øvelse 8.8

(a) $p \cdot \sin(u) = \underline{\hspace{2cm}}$

(b) $r \cdot \sin(v) = \underline{\hspace{2cm}}$

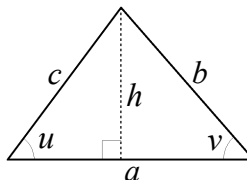


Øvelse 8.9

(a) $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \sin(u) = h$

(b) $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \sin(v) = h$

(c) $\underline{\hspace{2cm}} \cdot \sin(u) = b \cdot \sin(v)$



Øvelse 8.10

Hvilke ligninger er korrekte?

(1) $m \cdot \sin(u) = k \cdot \sin(v)$

(2) $\frac{m \cdot \sin(u)}{260} = \frac{k \cdot \sin(v)}{260}$

(3) $\frac{m \cdot \sin(u)}{\sin(u) \cdot \sin(v)} = \frac{k \cdot \sin(v)}{\sin(u) \cdot \sin(v)}$



Øvelse 8.11

Hvilke af følgende fire udtryk giver samme tal uanset hvilke tal vi indsætter for a , d og c (når d og f ikke er 0)?

(1) $\frac{a \cdot d}{d \cdot f}$

(2) $\frac{a}{d}$

(3) $\frac{a}{f}$

(4) $\frac{d}{f}$

Øvelse 8.12

Hvilke af ligningerne (2), (3) og (4) må gælde hvis (1) gælder?

(1) $a \cdot \sin(w) = c \cdot \sin(t)$

(2) $\frac{a \cdot \sin(w)}{\sin(w) \cdot \sin(t)} = \frac{c \cdot \sin(t)}{\sin(w) \cdot \sin(t)}$

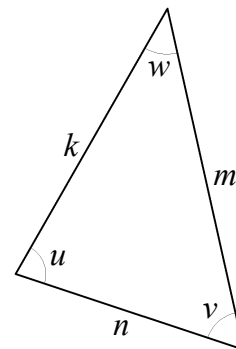
(3) $\frac{a}{\sin(w)} = \frac{c}{\sin(t)}$

(4) $\frac{a}{\sin(t)} = \frac{c}{\sin(w)}$

Øvelse 9.1

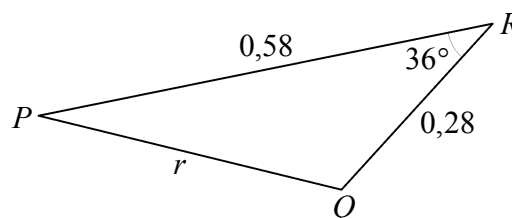
Afgør for hver af ligningerne om den er gyldig for den viste trekant.

- (1) $k^2 = m^2 + n^2 - 2 \cdot m \cdot n \cdot \cos(v)$
- (2) $n^2 = k^2 + m^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(v)$
- (3) $n^2 = k^2 + m^2 - 2 \cdot k \cdot m \cdot \cos(w)$
- (4) $m^2 = n^2 + k^2 - 2 \cdot n \cdot k \cdot \cos(u)$



Øvelse 9.2

- (a) Brug cosinusrelationen til at skrive en ligning der er gyldig for den viste trekant og indeholder r , 0,58, 0,28 og 36° :



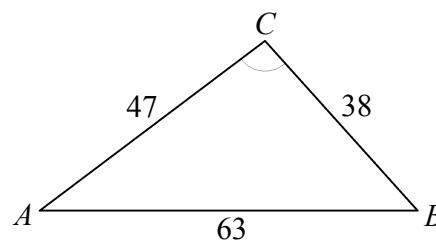
$$\underline{\quad}^2 = \underline{\quad}^2 + \underline{\quad}^2 - 2 \cdot \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} \cdot \cos(\quad)$$

- (b) Vi taster denne ligning og får den løst mht. r for $r > 0$.

Vi får $r = \underline{\hspace{2cm}}$.

Øvelse 9.3

Brug cosinusrelationen til at skrive en ligning som vi kan bruge til at udregne vinkel C .



$$\underline{\quad}^2 = \underline{\quad}^2 + \underline{\quad}^2 - 2 \cdot \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} \cdot \cos(\quad)$$

Vi taster denne ligning og får den løst mht. C for C mellem 0° og 180° .

Vi får $C = \underline{\hspace{2cm}}$.

Øvelse 9.4

Tegn en skitse af en trekant hvor:

To af siderne er 14 og 18.

Vinklen mellem disse to sider er 43° .

Den tredje side hedder d .

Brug cosinusrelationen til at udregne længden af den tredje side.

$d = \underline{\hspace{2cm}}$.

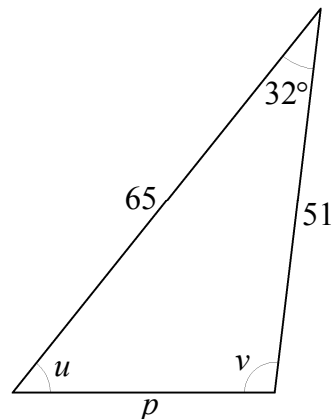


Øvelse 9.5

(a) Hvilke af de 5 ligninger er korrekte?

- (1) $65 \cdot \cos(u) = p$
- (2) $65^2 = p^2 + 51^2$
- (3) $65^2 = p^2 + 51^2 - 2 \cdot p \cdot 51 \cdot \cos(v)$
- (4) $p^2 = 51^2 + 65^2 - 2 \cdot 51 \cdot 65 \cdot \cos(32^\circ)$
- (5) $51^2 = 65^2 + p^2 - 2 \cdot 65 \cdot p \cdot \cos(32^\circ)$

(b) Brug en af de korrekte ligninger til at udregne p .

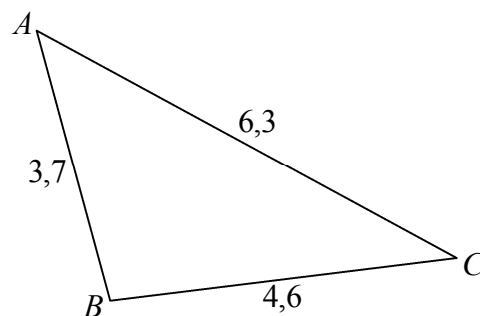


Øvelse 9.6

(a) Hvilke af de 6 ligninger er korrekte?

- (1) $3,7 \cdot \cos(B) = 4,6$
- (2) $6,3 \cdot \cos(B) = 4,6$
- (3) $6,3^2 = 4,6^2 + 3,7^2$
- (4) $6,3^2 = 4,6^2 + 3,7^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 3,7 \cdot \cos(B)$
- (5) $4,6^2 = 3,7^2 + 6,3^2 - 2 \cdot 3,7 \cdot 6,3 \cdot \cos(A)$
- (6) $4,6^2 = 3,7^2 + 6,3^2 - 2 \cdot 3,7 \cdot 6,3 \cdot \cos(B)$

(b) Brug en af de korrekte ligninger til at udregne vinkel B .

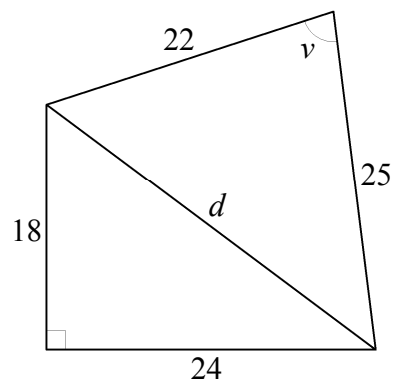


Øvelse 9.7

(a) Hvilke af de 4 ligninger er korrekte?

- (1) $d^2 = 24^2 + 18^2$
- (2) $d^2 = 24^2 + 18^2 - 2 \cdot 24 \cdot 18 \cdot \cos(90^\circ)$
- (3) $d^2 = 22^2 + 25^2 - 2 \cdot 22 \cdot 25 \cdot \cos(v)$
- (4) $d^2 = 22^2 + 25^2$

(b) Brug nogle af de korrekte ligninger til at udregne d og v .



Øvelse 9.8

En trekant hedder ABC .

På siden AC ligger et punkt D .

Længden af AC er 56.

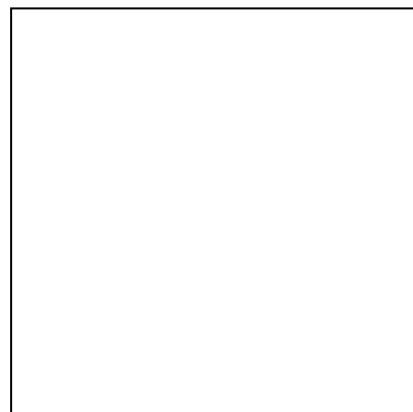
Længden af BC er 48.

Længden af BD er 33.

I trekant BCD er vinkel B lig 24° .

(a) Tegn en skitse der viser disse oplysninger.

(b) Udregn længden af AD .



Øvelse 9.9

(a) $(q-n)^2 = (q-n) \cdot (q-n)$
 $= \underline{\quad} - \underline{\quad} - \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $= \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}$

(b) Hvilke af følgende ligninger må være sande?

(1) $k \cos(u) = n$

(2) $k \cos(u) = h$

(3) $n + p = q$

(4) $n - q = p$

(5) $p = q - n$

(6) $p^2 = (q-n)^2$

(7) $p^2 = q^2 - n^2$

(8) $p^2 = q^2 + n^2 - 2qn$

(9) $m^2 + p^2 = h^2$

(10) $n^2 + h^2 = k^2$

(11) $k^2 - n^2 = h^2$

(12) $m^2 - p^2 = h^2$

(13) $m^2 - p^2 = k^2 - n^2$

(14) $m^2 = k^2 - n^2 - p^2$

(15) $m^2 = k^2 - n^2 + p^2$

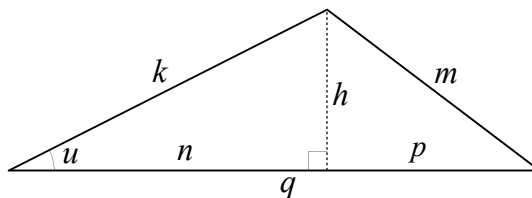
(16) $m^2 = k^2 - n^2 + q^2 + n^2 - 2qn$

(17) $m^2 = k^2 - 2n^2 + q^2 - 2qn$

(18) $m^2 = k^2 + q^2 - 2qn$

(19) $m^2 = k^2 + q^2 - 2qk \cos(u)$

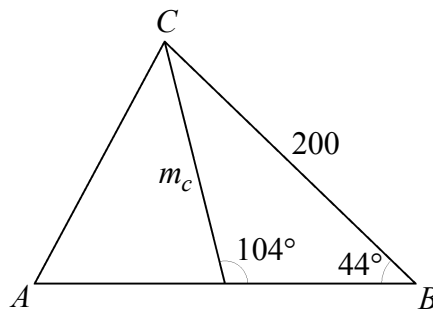
(20) $m^2 = k^2 + q^2 - 2q + k \cos(u)$



Opgave 10.1

Figuren viser trekant ABC og medianen fra C .

- (a) Bestem længden af siden AB .



Opgave 10.2

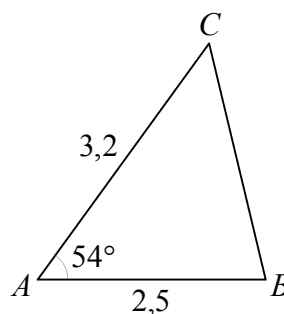
I trekant ABC er $|AB|=8$, $|BC|=6$ og $\angle B=22^\circ$.

- (a) Bestem $|AC|$ og $\angle A$.
(b) Bestem længden af vinkelhalveringslinjen v_C .

Opgave 10.3

Figuren viser en trekant ABC .

- (a) Beregn længden af siden a .
(b) Beregn længden af højden h_c .



Opgave 10.4

I trekant PQS ligger et punkt R på siden QS .

$\angle RPS = 27^\circ$, $\angle S = 52^\circ$ og $|RS| = 3,7$.

- (a) Bestem $|PS|$.
(b) Bestem $|PQ|$.

