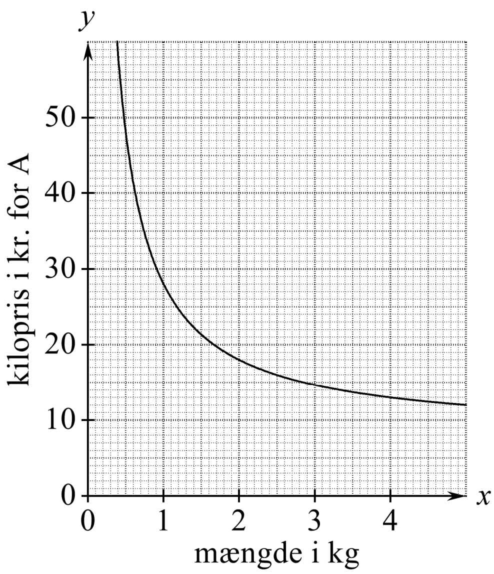
Start på matematik

for gymnasiet og hf



2010 Karsten Juul

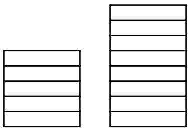
Til eleven

Brug blyant og viskelæder når du skriver og tegner i hæftet,
så du får et hæfte der er egnet til jævnligt at slå op i
under dit videre arbejde med de andre emner.

Indhold

Start på matematik for gymnasiet og hf

Eksempel 1 Skal vi gange tallene eller lægge dem sammen?

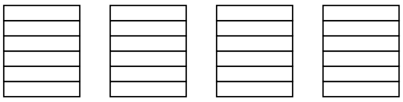


Der er 2 stabler klodser.
I den ene stabel er der 5 klodser.
I den anden stabel er der 8 klodser.

Spørgsmål: Hvor mange klodser er der i alt?

Udregning: $5+8 \;=\; 13$

Konklusion: Der er 13 klodser i alt.



Der er 4 stabler.
I hver stabel er der 6 klodser.

Spørgsmål: Hvor mange klodser er der i alt?

Metode 1: $6+6+6+6 \;=\; 24$

Metode 2: $6 \cdot 4 \;=\; 24$

Konklusion: Der er 24 klodser i alt.

Øvelse 1.1 - 1.3 side 13

Eksempel 2 Uden at bruge bestemte tal kan vi fortælle hvordan vi vil udregne noget.

Vi har 2 æsker med bolde.
Når vi kender

antal bolde i første æske

og antal bolde i anden æske

så kan vi udregne antallet af bolde sådan:

antal i første æske + antal i anden æske

I hver æske er samme antal bolde.
Når vi kender

antal bolde i en æske

og antal æsker

så kan vi udregne antallet af bolde sådan:

antal bolde i en æske · antal æsker

Øvelse 2.1 - 2.3 side14

Eksempel 3 Med bogstavudtryk kan vi fortælle hvordan vi vil udregne noget.

Vi har to poser med æbler.
I den lille pose er der 7 æbler.

Når vi kender
    antal æbler i den store pose
kan vi udregne antallet af æbler sådan:
    7 + antal æbler i den store pose

Vi vedtager følgende:
    n betyder antal æbler i den store pose .
Så kan vi skrive udregningen af antallet af æbler sådan:
    $7+n$
Dette bogstavudtryk fortæller hvordan vi kan udregne antallet af æbler.

Øvelse 3.1 - 3.3 side 14-15

Eksempel 4 Eksempler hvor vi skal gange tallene, bl.a. kommatal.

Et springvand pumper vand ud med en hastighed på 4 liter pr. sekund.

Spørgsmål: Hvor meget pumpes ud på 6 sekunder?
Metode 1: $4+4+4+4+4+4 = 24$
Metode 2: $4 \cdot 6 = 24$
Konklusion: På 6 sekunder pumpes der 24 liter ud.

Spørgsmål: Hvor meget pumpes ud på 2,5 sekunder?
Metode 1: $4+4+2 = 10$
Metode 2: $4 \cdot 2{,}5 = 10$
Konklusion: På 2,5 sekunder pumpes der 10 liter ud.

Øvelse 4.1 - 4.2 side 15-16

Eksempel 5 Hvad skal vi regne ud først? Plus eller gange?

Regel: Når et tal står mellem + og $\cdot$ så skal vi udregne gange før plus.

Af reglen slutter vi:

$$3+2\cdot 4$$

betyder at vi skal

gange 2 med 4 og lægge resultatet til 3

dvs.

$$3+2\cdot 4 \;=\; 3+8 \;=\; 11$$

Af reglen slutter vi:

$$3+2\cdot x$$

er ikke det samme som

$$5\cdot x$$

for her er plus udregnet før gange.

Øvelse 5.1 - 5.2 side 16

Eksempel 6 Med en ligning kan vi fortælle hvordan vi vil udregne noget.

I en klasse er der 9 drenge.

Vi vedtager følgende:

e betyder antal elever i klassen .

p betyder antal piger i klassen .

Vi ser at

$e \;=\; p+9$ er korrekt

for denne ligning fortæller at når vi kender antal piger, kan vi

udregne antal elever ved at lægge 9 til antal piger.

Vi ser at

$p \;=\; e+9$ er forkert

for denne ligning fortæller at når vi kender antal elever, kan vi

udregne antal piger ved at lægge 9 til antal elever.

Øvelse 6.1 - 6.6 side 16-17

Eksempel 7 Med en ligning kan vi vise sammenhængen mellem to variable.

På en internetside kan man købe bogpakker. Prisen (i kr.) afhænger af antallet af bøger i pakken.

Vi vedtager følgende:

p betyder prisen .
n betyder antal bøger .

Ligningen

$$p = 40 \cdot n + 70$$

viser sammenhængen mellem pris og antal.

Ligningen fortæller at når vi kender antallet, så kan vi
udregne prisen ved at gange 40 med antallet og lægge 70 til resultatet.

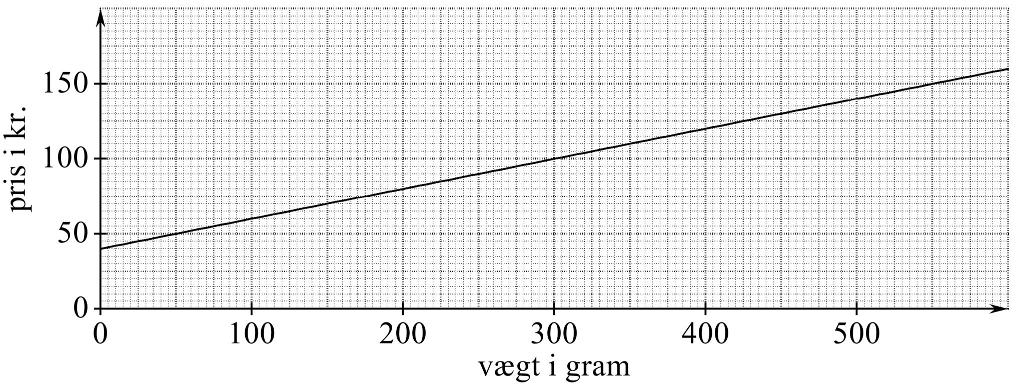
Spørgsmål: Hvad skal vi betale hvis vi køber en pakke med 3 bøger?
Udregning: Når $n = 3$ er $p = 40 \cdot 3 + 70 = 190$
Konklusion: Vi skal betale $\underline{\underline{190 \text{ kr.}}}$ hvis vi køber en pakke med 3 bøger.

Øvelse 7.1 - 7.3 side 17

Eksempel 8 Med en graf kan vi vise sammenhængen mellem to variable.

På et spisested afhænger prisen (i kr.) af vægten (i gram) af det man har lagt på sin tallerken.

Grafen viser sammenhængen mellem pris og vægt.



Grafen fortæller at når vi kender vægten, så kan vi finde prisen ved at
– gå til den kendte vægt på den vandrette akse
– gå lodret op til grafen
– gå vandret ind på den lodrette akse
– aflæse prisen der hvor vi rammer den lodrette akse.

Spørgsmål: Hvad er prisen når vægten er 450 gram?
Aflæsning: Vi går til 450 på vandret akse, op til graf, ind på lodret akse, og aflæser 130.
Konklusion: Prisen er $\underline{\underline{130 \text{ kr.}}}$ når vægten er 430 gram.

Øvelse 8.1 - 8.3 side 18

Eksempel 9 Hvad skal vi regne ud først? Gange eller potens?

For at udregne $4 \cdot 3^2$ skal vi både "opløfte til potens" og "gange".

<u>Regel:</u> Når der står $\cdot$ før en potens, så skal vi udregne potensen før vi ganger.

Af denne regel slutter vi at $4 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ da $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$.

Øvelse 9.1 side 18

Eksempel 10 Vi kan <u>tegne grafen</u> for sammenhængen når vi <u>kender ligningen</u>.

På en skærm er en figur. Vi kan ændre figurens størrelse. Ligningen

$$A = 0{,}4 \cdot b^2$$

viser <u>sammenhængen</u> mellem figurens bredde b og figurens areal A.
Bredden kan være alle tal fra 0,5 til 3,5.

<u>Vi vil tegne grafen for denne sammenhæng.</u>

Når $b = 2$ er $A = 0{,}4 \cdot 2^2 = 1{,}6$
dvs.
når bredden er 2, så er arealet 1,6

Om grafen skal altså gælde:
Når vi går til 2 på vandret akse, op til graf og ind på lodret akse, så ender vi ved 1,6.

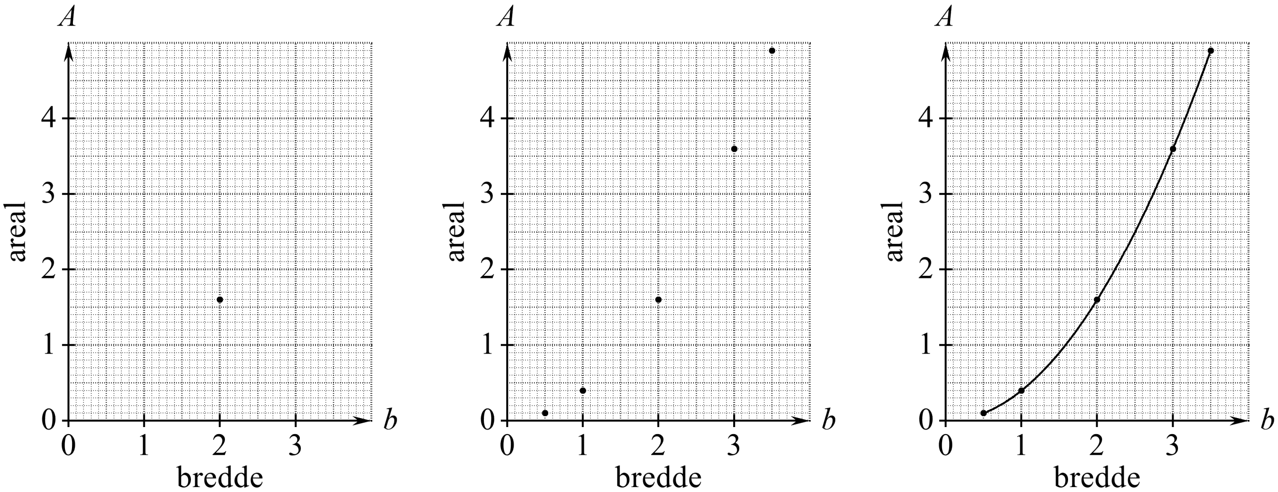
Heraf følger:
Punktet på venstre figur nedenfor skal være på grafen.

Vi <u>udregner punkter på grafen</u>:

b:	0,5	1	2	3	3,5
A:	0,1	0,4	1,6	3,6	4,9

På midterste figur har vi afsat disse punkter. Vi kan gætte ca. hvor de andre punkter skal ligge, og <u>tegner en blød kurve gennem de afsatte punkter</u>.

Sådan får vi tegnet grafen der er vist på den højre figur.



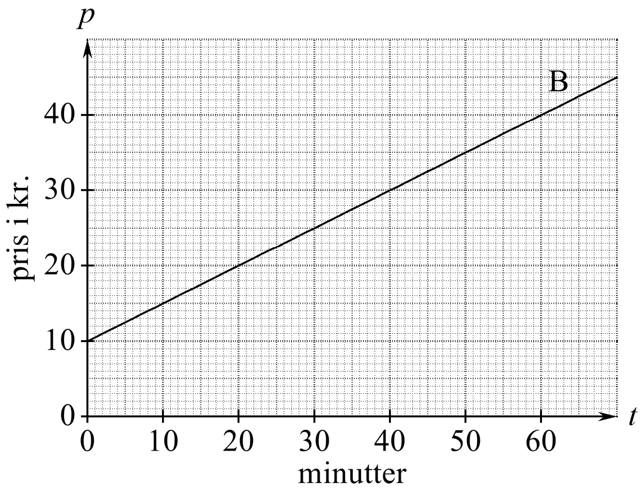
Øvelse 10.1 -10.3 side 18-19

Eksempel 11 Ligning og graf.

Prisen for at spille på computer afhænger af hvor mange minutter vi spiller.

p = pris i kr.

t = antal minutter vi spiller



Ligningen

A: $p = 0{,}75 \cdot t$

viser sammenhængen mellem pris og antal minutter for computerspillet A.

Grafen viser sammenhængen mellem pris og antal minutter for computerspillet B.

Spørgsmål: Hvad er prisen for at spille A i 60 minutter?

Udregning: Når $t = 60$ er $p = 0{,}75 \cdot 60 = 45$

Konklusion: Prisen er $\underline{\underline{45 \text{ kr.}}}$ for at spille A i 60 minutter.

Spørgsmål: Hvad er prisen for at spille B i 60 minutter?

Aflæsning: Vi går til 60 på vandret akse, op til graf, ind på lodret akse, og aflæser 40.

Konklusion: Prisen er $\underline{\underline{40 \text{ kr.}}}$ for at spille B i 60 minutter.

Af disse to resultatet ser vi, at når vi spiller i 60 minutter, så er B billigere end A.

Ved hjælp af ligningen og grafen finder vi ud af at hvis vi spiller 16 minutter gælder:
Prisen for A er $\underline{\underline{12 \text{ kr.}}}$ og prisen for B er $\underline{\underline{18 \text{ kr.}}}$

Når vi spiller i 16 minutter, er det altså A der er billigst.

Øvelse 11.1 -11.2 side 19-20

Teori 12 Lineære sammenhænge.

Definition: En sammenhæng mellem to variable x og y er lineær hvis den har en ligning af typen $y = a \cdot x + b$

Følgende sammenhænge er lineære: $y = 2{,}5 \cdot x + 14$ og $p = 3 \cdot r + 2$

Følgende sammenhænge er IKKE lineære: $y = 4 \cdot x^3 + 2$ og $y = x \cdot x + 5$

Sætning: De lineære sammenhænge er de sammenhænge som har en graf der er en ret linje (eller en del af en ret linje).

Øvelse 12.1 -12.2 side 20

Eksempel 13 Lineær regression.

Et termometer ligger under en lampe.

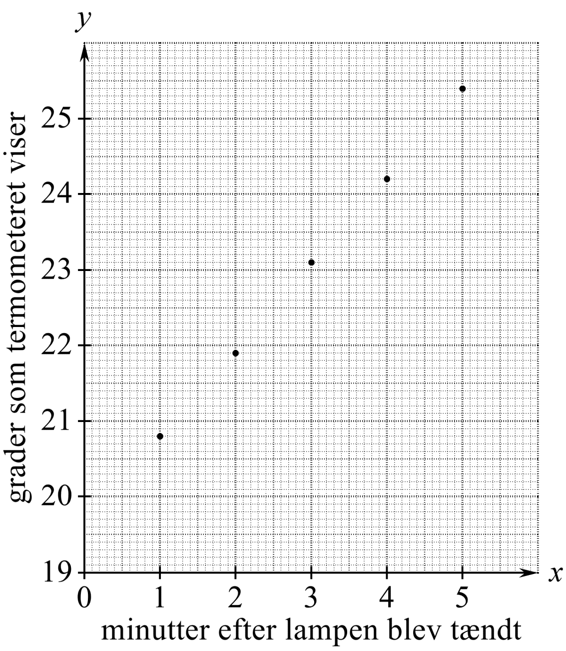
x = antal minutter efter at vi tændte lampen.

y = antal grader som termometeret viser

I tabellen har vi skrevet hvad termometeret viste på forskellige tidpunkter:

x	1	2	3	4	5
y	20,8	21,9	23,1	24,2	25,4

Disse aflæsninger har vi afsat som punkter i koordinatsystemet til højre.



Punkterne ligger næsten på linje. Derfor vil vi finde den lineære sammenhæng der passer bedst med de målte tal.

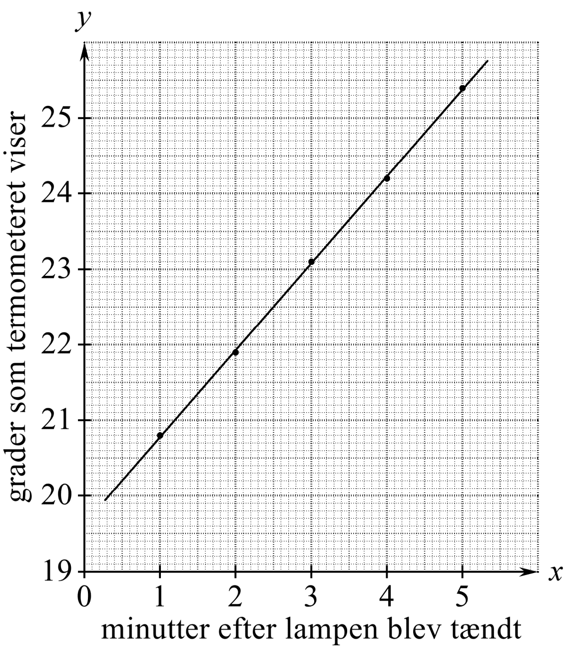
Vi skal bruge en lommeregner eller computer.

Vi indtaster tabellen sådan at x kommer på den vandrette akse, og y på den lodrette.

Vi vælger lineær regression og får følgende resultat:

$$y = 1{,}15 \cdot x + 19{,}63$$

Grafen for denne sammenhæng tegner vi i koordinatsystemet med de målte punkter.



Vi ser at den lineære sammenhæng med god tilnærmelse beskriver hvordan temperaturen steg.

Øvelse 13.1 -13.2 side 21

Eksempel 14 Eksponentiel notation.

På lommeregneren ser vi nogle gange et tal af typen 6.31237E11

I en matematisk tekst skal vi skrive dette tal sådan: $6{,}31237 \cdot 10^{11}$

Vi kan også skrive tallet sådan: 631237000000

Det er fordi vi kan gange med 10^{11} ved at flytte kommaet 11 pladser mod <u>højre</u>.

På lommeregneren ser vi nogle gange et tal af typen 4.92219E–7

I en matematisk tekst skal vi skrive dette tal sådan: $4{,}92219 \cdot 10^{-7}$

Vi kan også skrive tallet sådan: 0,000000492219

Det er fordi vi kan gange med 10^{-7} ved at flytte kommaet 7 pladser mod <u>venstre</u>.

Skrivemåden som vi har brugt i $6{,}31237 \cdot 10^{11}$ og $4{,}92219 \cdot 10^{-7}$ hedder <u>eksponentiel notation</u>.

I eksponentiel notation er der <u>ét ciffer foran kommaet</u>, og dette ciffer er <u>ikke 0</u>.

Øvelse 14.1 side 21

Eksempel 15 Sådan kan vi omskrive et tal til eksponentiel notation.

Vi vil skrive følgende tal med eksponentiel notation: 943000000

Først skriver vi et komma efter første ciffer: 9,43

Vi skal flytte dette komma 8 pladser mod højre
for at få det oprindelige tal, dvs $943000000 = \underline{\underline{9{,}43 \cdot 10^{8}}}$

Vi vil skrive følgende tal med eksponentiel notation: 0,000002129

Først skriver vi et komma efter første ciffer der ikke er 0: 2,129

Vi skal flytte dette komma 6 pladser mod venstre
for at få det oprindelige tal, dvs $0{,}000002129 = \underline{\underline{2{,}129 \cdot 10^{-6}}}$

Øvelse 15.1-15.2 side 22

Eksempel 16 Hvor meget større bliver tallet?

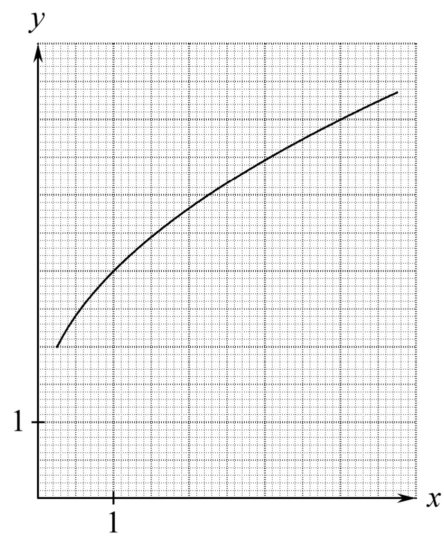
På en skærm er et linjestykke AB, en trekant og en cirkel.

Når vi ændrer længden af AB, så ændres automatisk arealet af trekanten og cirklen.

x = længden af AB
y = arealet af trekanten
z = arealet af cirklen

Grafen viser sammenhængen mellem x og y.

Ligningen
$$z = x^2$$
viser sammenhængen mellem x og z.



Finde stigning når det er en graf der viser sammenhængen:

Spørgsmål: Hvor meget større bliver arealet af trekanten når vi ændrer længden af AB fra 2,1 til 2,4?

Udregning m.m.: På grafen aflæser vi:
Når $x = 2{,}1$ er $y = 3{,}9$
Når $x = 2{,}4$ er $y = 4{,}1$
Vi udregner "nyt areal minus gammelt":
$$4{,}1 - 3{,}9 = 0{,}2$$

Konklusion: Trekantans areal bliver $\underline{\underline{0{,}2}}$ enheder større når vi ændrer længden af AB fra 2,1 til 2,4 .

Finde stigning når det er en ligning der viser sammenhængen:

Spørgsmål: Hvor meget større bliver arealet af cirklen når vi ændrer længden af AB fra 2,1 til 2,4?

Udregning: Ved hjælp af ligningen $z = x^2$ udregner vi:
Når $x = 2{,}1$ er $z = 2{,}1^2 = 4{,}41$
Når $x = 2{,}4$ er $z = 2{,}4^2 = 5{,}76$
Vi udregner "nyt areal minus gammelt":
$$5{,}76 - 4{,}41 = 1{,}35$$

Konklusion: Cirklens areal bliver $\underline{\underline{1{,}35}}$ enheder større når vi ændrer længden af AB fra 2,1 til 2,4 .

Øvelse 16.1-16.4 side 22

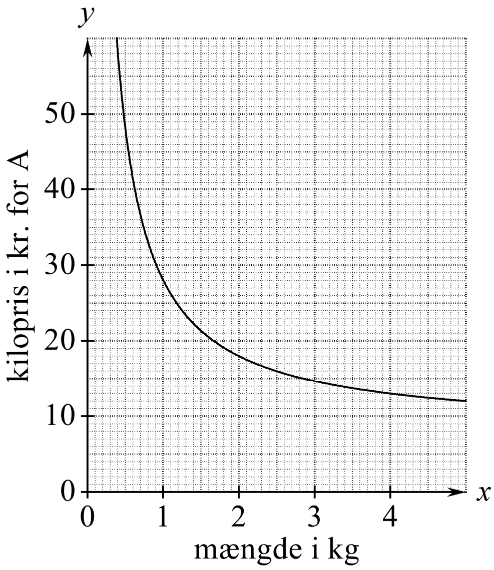
Eksempel 17 Hvor meget mindre bliver tallet?

Jo større mængde vi får leveret, jo mindre bliver kiloprisen.

x = mængde i kg

y = kilopris i kr. for varen A

z = kilopris i kr. for varen B



Grafen viser sammenhængen mellem x og y.

Ligningen

$$z = \frac{52}{x} + 30$$

viser sammenhængen mellem x og z.

Finde faldet når det er en graf der viser sammenhængen:

Spørgsmål: Hvor mange kr. falder kiloprisen for A hvis mængden ændres fra 2 kg til 4 kg?

Udregning m.m.: På grafen aflæser vi:

Når $x = 2$ er $y = 18$

Når $x = 4$ er $y = 13$

Vi udregner "ny kilopris minus gammel":

$13 - 18 = -5$

Konklusion: Kiloprisen for A falder $\underline{\underline{5 \text{ kr.}}}$ hvis mængden ændres fra 2 kg til 4 kg.

Finde faldet når det er en ligning der viser sammenhængen:

Spørgsmål: Hvor mange kr. falder kiloprisen for B hvis mængden ændres fra 2 kg til 4 kg?

Udregning: Ved hjælp af ligningen $z = \frac{52}{x} + 30$ udregner vi:

Når $x = 2$ er $z = \frac{52}{2} + 30 = 56$

Når $x = 4$ er $z = \frac{52}{4} + 30 = 43$

Vi udregner "ny kilopris minus gammel":

$43 - 56 = -13$

Konklusion: Kiloprisen for B falder $\underline{\underline{13 \text{ kr.}}}$ hvis mængden ændres fra 2 kg til 4 kg?

Øvelse 17.1-17.3 side 23

Teori 18 Voksende og aftagende sammenhænge.

<u>Definition:</u> En sammenhæng mellem to variable x og y kalder vi <u>aftagende</u> hvis der gælder

jo større x er, jo mindre er y,

og <u>voksende</u> hvis der gælder

jo større x er, jo større er y.

En <u>aftagende</u> sammenhæng:

Vi fylder vand i et kar så der er 500 liter. Hver time fordamper 2 liter.

x = antal timer efter at der var 500 liter
y = antal liter i karret

For denne sammenhæng mellem x og y gælder:

Når $x = 1$ er $y = 498$
Når $x = 2$ er $y = 496$
Når $x = 5$ er $y = 490$
Når $x = 20$ er $y = 460$

Der gælder: <u>jo større x er, jo mindre er y</u>
så: <u>denne sammenhæng er aftagende</u>
ifølge definitionen ovenfor.

En <u>voksende</u> sammenhæng:

I et kar er der 10 liter vand. Hver time løber der 3 liter vand ned i karret.

x = antal timer efter at der var 10 liter
y = antal liter i karret

For denne sammenhæng mellem x og y gælder:

Når $x = 1$ er $y = 13$
Når $x = 2$ er $y = 16$
Når $x = 5$ er $y = 25$
Når $x = 20$ er $y = 70$

Der gælder: <u>jo større x er, jo større er y</u>
så: <u>denne sammenhæng er voksende</u>
ifølge definitionen ovenfor.

Øvelse 18.1-18.4 side 23-24

Teori 19 Skrivemåden $h(t)$, $y(x)$ osv.

Vi vil forklare en ny skrivemåde ved hjælp af følgende eksempel:

h = højden af en plante (i cm)

t = antal uger efter udplantningen

Hvis <u>h er variablen på den lodrette akse</u>, kan vi bruge følgende skrivemåder:

$h(3)$ betyder: højden efter 3 uger

$h(3) = 36$ betyder: højden efter 3 uger er 36 cm.

$h(t) = 28$ betyder: t er et tidspunkt hvor højden er 28 cm

I stedet for at skrive

Højden kan vi udregne ved at gange antal uger med 5 og lægge 21 til resultatet

kan vi skrive

$h = 5 \cdot t + 21$ Dette kaldes en <u>ligning for sammenhængen</u>

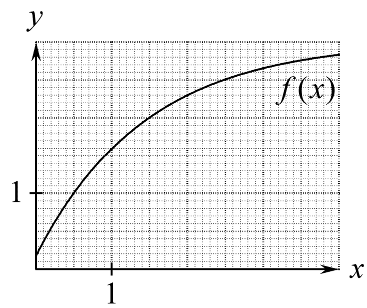
eller

$h(t) = 5 \cdot t + 21$ Dette kaldes en <u>forskrift for funktionen h</u>

Denne forskrift kan vi fx bruge til at udregne højden efter 3 uger:

$$h(3) = 5 \cdot 3 + 21 = 36$$

I koordinatsystemet er tegnet grafen for $f(x)$.



Vi vil finde $f(2)$.

Vi ser at hvis vi går til 2 på vandret akse, op til graf og ind til lodret akse, så ender vi ved 2,3. Dvs. $f(2) = \underline{\underline{2,3}}$

Vi vil finde x så $f(x) = 1$.

Vi ser at hvis vi går til 0,5 på vandret akse, op til graf og ind på lodret akse, så ender vi ved 1. Dvs. $f(x) = 1$ når $x = \underline{\underline{0,5}}$

Øvelse 19.1-19.4 side 24-25

Øvelser

Øvelse 1.1 Se eksempel 1 side 1

Der er 2 skåle. I den ene er der 8 gram, i den anden er der 14 gram.

Spørgsmål: Hvor mange gram er der i alt?

Udregning: _______ _______ = _______

Konklusion: ____

Der er 4 skåle. I hver skål er der 7 gram.

Spørgsmål: Hvor mange gram er der i alt?

Metode 1: _______ _______ _______ _______ = _______

Metode 2: _______ _______ = _______

Konklusion: ____

Øvelse 1.2 Se eksempel 1 side 1

I en kasse er der 5 bolde. Kassen koster 10 kr. og hver bold koster 9 kr.

Spørgsmål: Hvad koster boldene (uden kassen)?

Udregning: _______ _______ = _______

Konklusion: ____

Spørgsmål: Hvor koster kassen med bolde?

Udregning: _______ _______ = _______

Konklusion: ____

Øvelse 1.3

I alt har vi 8 store poser og 15 små poser. En stor pose indeholder 10 blommer, og en lille indholder 5 blommer.

Spørgsmål: Hvor mange poser er der?

Udregning: _______ _______ = _______

Konklusion: ____

Spørgsmål: Hvor mange blommer er der i alt i de store poser?

Udregning: _______ _______ = _______

Konklusion: ____

Øvelse 2.1 Se eksempel 2 side 1

Der er 2 rækker æbletræer. Når vi kender antal i første række og antal i anden række, kan vi udregne antal træer sådan:

________________ ________________

Nogle pæretræer er plantet i rækker. Der er lige mange træer i hver række. Når vi kender antal træer i en række og antal rækker, så kan vi udregne antallet af træer sådan:

________________ ________________

Øvelse 2.2 Se eksempel 2 side 1

Nogle telefoner skal sendes. Betalingen for forsendelsen er 30 kr. pr. telefon. Når vi kender antal telefoner, kan vi udregne betalingen for forsendelsen sådan:

______ ______________

Vi skal betale 120 kr. for forsendelse af én pakke med 10 telefoner. Vi kender prisen på en pakke med 10 telefoner. Den samlede pris for køb og forsendelse af sådan en pakke, kan vi udregne sådan:

______________ ______

Øvelse 2.3

Mette går lige mange kilometer hver time. Vi kender antal km pr. time. Antal km som Mette går på 4 timer, kan vi udregne sådan:

______________ ______

Peter går lige mange kilometer hver time. Vi kender antal timer og antal km pr. time. Antal km som Peter i alt har gået, kan vi udregne sådan:

______________ ______________

Øvelse 3.1 Se eksempel 3 side 2

I hvert net er der gule og blå bolde. Alle net indeholder det samme. Vi kender antal net, antal gule bolde i et net og antal blå bolde i et net.

Hvor mange bolde er der i et net? Det kan vi udregne sådan:

________________ ________________

Hvor mange gule bolde er der i alt? Det kan vi udregne sådan:

________________ ________________

Vi vedtager følgende:

- n betyder antal net
- g betyder antal gule bolde i et net
- b betyder antal blå bolde i et net

Så kan vi skrive udregningen af antal bolde i et net sådan: ____ ____

Og udregningen af antal gule bolde i alt kan vi skrive sådan: ____ ____

Øvelse 3.2 Se eksempel 3 side 2

I et gult hus er der to etager.

Vi vedtager følgende:

n betyder antal lejligheder på nederste etage
ø betyder antal lejligheder på øverste etage

Når vi kender disse to tal, kan vi udregne antallet af lejligheder i det gule hus.
Dette kan vi gøre sådan: ______ ______

I et rødt hus er der samme antal lejligheder på alle etager.

Vi vedtager følgende:

e betyder antal etager
l betyder antal lejligheder på én etage

Når vi kender disse to tal, kan vi udregne antallet af lejligheder i det røde hus.
Dette kan vi gøre sådan: ______ ______

Øvelse 3.3

En terrasse har form som et rektangel.
Terrassen er dækket af 8 rækker fliser. I hver række er der k fliser.
Antal fliser på terrassen = ______ ______

En terrasse har form som et rektangel.
Terrassen bredde er x meter, og terrassens længde er y meter.
Terrassens areal = ______ ______ kvadratmeter.

Øvelse 4.1 Se eksempel 4 side 2

Fra en utæt hane løber hver time 4 liter vand ned i et kar.

a) Hvor meget løber der ned i karret på 6 timer?

b) Hvor meget løber der ned i karret på 3,5 timer?

Udregning til a): ______ ______ = ______

Konklusion til a): ______________________________

Udregning til b): ______ ______ = ______

Konklusion til b): ______________________________

Fra en slange løber der vand ned i et kar. I den første time løber der 6 liter ned i karret, og i den anden time løber der 12,4 liter ned i karret.

Spørgsmål: Hvor meget løber der i alt ned i karret på de 2 timer?

Udregning: ______ ______ = ______

Konklusion: ______________________________

Øvelse 4.2 Se eksempel 4 side 2

Længden af en indkørsel er 10 fliser, og bredden er 3,2 fliser.

Spørgsmål: Hvad er arealet af indkørslen når hver flise er 1 m^2 ?

Udregning: ______ ______ = ______

Konklusion: ____

Øvelse 5.1 Se eksempel 5 side 3

$4 \cdot 5 + 3 =$ ______ ______ = ______

$4 + 5 \cdot 3 =$ ______ ______ = ______

Øvelse 5.2 Se eksempel 5 side 3

Hvis $x = 3$ er $2 + 4 \cdot x =$ ______

Hvis $x = 3$ er $6 \cdot x =$ ______

Hvis $x = 3$ er $4 \cdot x + 2 =$ ______

Øvelse 6.1 Se eksempel 6 side 3

Vi har 2 poser. I den ene pose er der 9 æbler. Vi lader m betyde antal æbler i den anden pose , og vi lader n betyde antal æbler i alt . Hvilke af følgende ligninger er korrekte? Svar: ____________

a) $n = 2 \cdot m$ b) $n = 9 \cdot m$ c) $n = 9 + m$ d) $n = m + 9$ e) $m = 9 + n$

Øvelse 6.2 Se eksempel 6 side 3

Vi har 3 poser. I hver pose er der p pærer. Vi lader s betyde antal pærer i alt . Hvilke af følgende ligninger er korrekte? Svar: ____________________

a) $s = 3 + p$ b) $s = p + p + p$ c) $s = 3 \cdot p$ d) $p = 3 \cdot s$ e) $s = p \cdot 3$

Øvelse 6.3 Se eksempel 6 side 3

Mie og Pia sidder i 5 timer og syr dukker.
Den første time syr Mie x dukker.
Hver time syr Pia z dukker.
Den første time syr Mie og Pia tilsammen y dukker.
På de 5 timer syr Pia w dukker.

Hvilke af følgende ligninger er korrekte? Svar: ____________________

a) $y = x + z$, b) $z = w + 5$, c) $y = z + x$, d) $w = z \cdot 5$, e) $w = z+z+z+z+z$, f) $w = 5 \cdot z$

Øvelse 6.4

En kasse vejer p gram, og en klods vejer q gram. Vi kender tallene p og q.

Vægten af en kasse med 1 klods kan vi udregne sådan: ______ ______

Vægten af en kasse med 20 klodser kan vi udregne sådan: ______ ______ ______

Vægten af en kasse med h klodser kan vi udregne sådan: ______ ______ ______

Øvelse 6.5

Den første time går vi 9 km. Hver af de følgende 4 timer går vi a km.

Antallet y af km vi i alt har gået, kan vi udregne sådan: y = ______ ______ ______

Øvelse 6.6

Antallet y af medlemmer stiger med 2 hver måned. Nu er antallet 34.

Om 5 måneder er antallet y = ______ ______ ______ = ______

Om x måneder er antallet y = ______ ______ ______

Øvelse 7.1 Se eksempel 7 side 4

Følgende spørgsmål drejer sig om bogpakkerne fra eksempel 7:

Spørgsmål: Hvad skal vi betale hvis vi køber en pakke med 10 bøger?

Udregning: Når n = ______ er p = __________________ = ______

Konklusion: Vi skal betale __________ hvis vi køber en pakke med 10 bøger.

Øvelse 7.2 Se eksempel 7 side 4

Denne øvelse drejer sig om bogpakkerne fra eksempel 7.

Prøv dig frem for at finde ud af hvad der skal stå på de tomme pladser.

Når n = ______ er $p = 350$

Når n = ______ er $p = 870$

Øvelse 7.3 Se eksempel 7 side 4

Der gælder at

$$y = 4 \cdot x + 7$$

hvor y er vanddybden i cm, og x er antal minutter efter at hanen blev åbnet.

Spørgsmål: Hvad er vanddybden 30 minutter efter at hanen blev åbnet?

Udregning: Når er ____________________________________

Konklusion: ____________________________________

____

Når x = ______ er $y = 31$

Øvelse 8.1 Se eksempel 8 side 4

Følgende spørgsmål drejer sig om spisestedet fra eksempel 8:

Spørgsmål: Hvad er prisen når vægten er 280 gram?

Aflæsning: ______________________________

Konklusion: ______________________________

Øvelse 8.2 Se eksempel 8 side 4

Denne øvelse drejer sig om spisestedet fra eksempel 8.

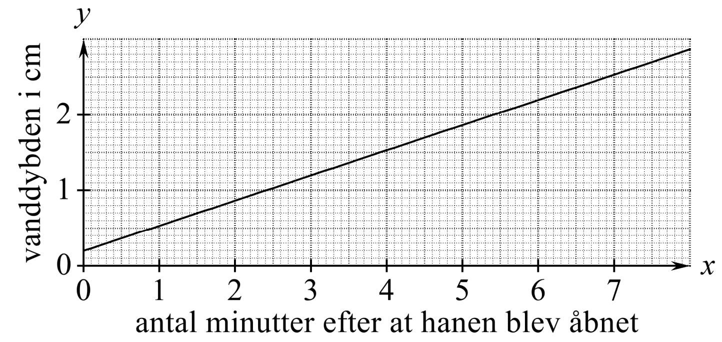
Når vægten er ________ gram, er prisen 120 kr.

Øvelse 8.3 Se eksempel 8 side 4

Grafen viser sammenhængen mellem følgende to variable:

x = antal minutter efter at hanen blev åbnet

y = vanddybden i cm



Spørgsmål: Hvad er vanddybden 3 minutter efter at hanen blev åbnet?

Aflæsning: ______________________________

Konklusion: ______________________________

På det tidspunkt hvor hanen blev åbnet, var x = _______ og vanddybden var _______ cm.

_______ minutter efter at hanen blev åbnet, er vanddybden 2 cm.

Øvelse 9.1 Se eksempel 9 side 5

$5 \cdot 2^4$ = __________ = __________

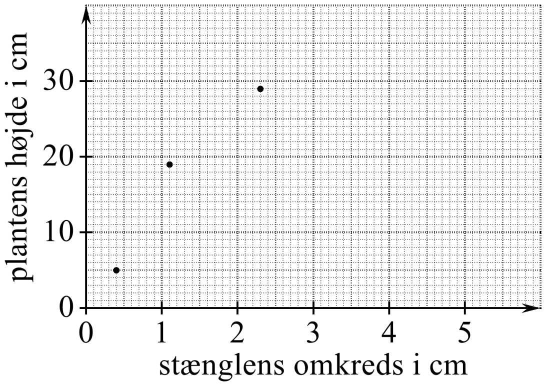
Når $x = 4$ er $2 \cdot x^2$ = __________ = __________ = __________

Øvelse 10.1 Se eksempel 10 side 5

Flere gange har vi målt en plantes højde og stænglens omkreds. Vi vil tegne grafen for sammenhængen mellem omkreds og højde . Vi har afsat tre punkter på grafen.

Når omkreds er 1,1 cm , er højde ______ cm.

På et tidspunkt er omkreds 3,5 cm og højde 34 cm. På et senere tidspunkt er omkreds 5,4 cm og højde 38 cm. Afsæt to punkter til på grafen, og tegn grafen.



Øvelse 10.2 Se eksempel 10 side 5

Ligningen

$$s \; = \; 0{,}1 \cdot d^2$$

viser sammenhængen mellem diameter d og overflade s for en bestemt type figurer.

I koordinatsystemet er vist et af punkterne på grafen for denne sammenhæng. Dette punkt fortæller at

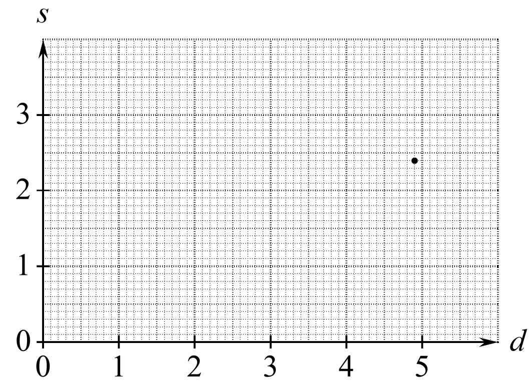
når $d =$ ______ er $s =$ ______

Af ligningen øverst får vi at

når $d = 2$ er $s =$ ______

Brug dette resultat til at afsætte endnu et grafpunkt.

Udregn flere punkter på grafen, og tegn grafen.



Øvelse 10.3 Se eksempel 10 side 5

Ligningen

$$y = \; 0{,}6 \cdot x + 8$$

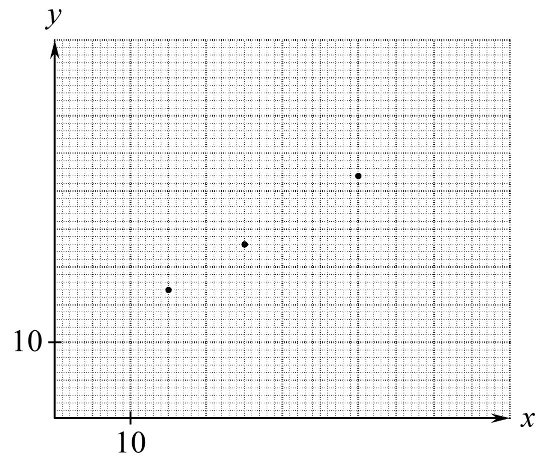
viser sammenhængen mellem to variable x og y.

Figuren viser tre af punkterne på grafen for denne sammenhæng.

Det første punkt fra venstre fortæller at
når $x =$ ______ , er $y = \; 0{,}6 \cdot x + 8 \; =$ ______

Det andet punkt fra venstre fortæller at
når $x =$ ______ , er $y = \; 0{,}6 \cdot x + 8 \; =$ ______

Det tredje punkt fra venstre fortæller at
når $x =$ ______ , er $y = \; 0{,}6 \cdot x + 8 \; =$ ______



Udregn endnu et punkt på grafen og afsæt det i koordinatsystemet.

Øvelse 11.1 Se eksempel 11 side 6

Denne øvelse drejer sig om computerspillene A og B fra eksempel 11.

Vælg selv et antal minutter (ikke 16 eller 60), og udfyld følgende: Hvis vi spiller ______ minutter, så vil prisen for A være ______ kr. og prisen for B vil være ______ kr.

Prøv dig frem med forskellige antal minutter indtil du har fundet ud af hvad der skal stå her:
Når vi spiller ______ minutter, vil prisen for A og B være den samme, nemlig ______ kr.

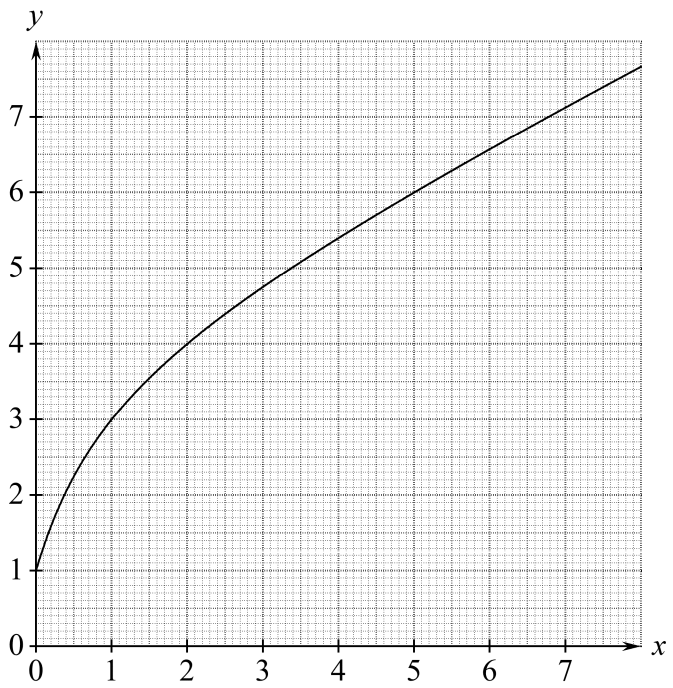
Øvelse 11.2 Se eksempel 11 side 6

Vi har købt nogle planter. Vi ser på følgende variable:

x = antal uger efter at vi købte planten

y = plantens højde i cm

Grafen viser sammenhængen mellem x og y for planten A.



Ligningen

$$y = 0{,}5 \cdot x + 3$$

viser sammenhængen mellem x og y for planten B.

På det tidspunkt hvor vi købte planterne, gælder:

x = ______

A's højde er ______ cm

B's højde er ______ cm

Efter 5 uger er A's højde ______ cm og B's højde er ______ cm.

Efter ______ uger har A og B begge højden ______ cm.

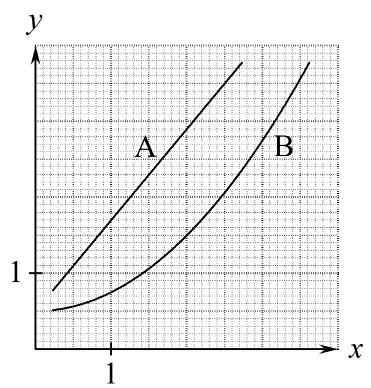
Øvelse 12.1 Se teori 12 side 6

Vi har fået oplyst at en af graferne A og B er graf for den sammenhæng der har ligningen

$$y = 1{,}2 \cdot x + 0{,}5$$

Uden at regne skal du begrunde om det er A eller B.

Begrundelse:



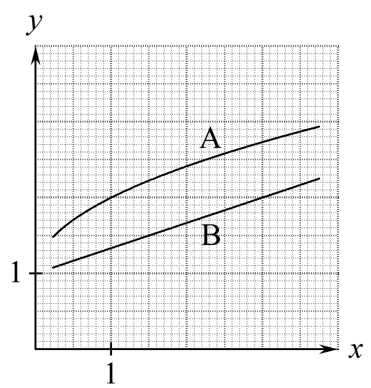
Øvelse 12.2 Se teori 12 side 6

Vi har fået oplyst at en af graferne A og B er graf for den sammenhæng der har ligningen

$$y = x^{0{,}5} + 1$$

Uden at regne skal du begrunde om det er A eller B.

Begrundelse:



Øvelse 13.1 Se eksempel 13 side 7

Vi har målt bredde og længde for nogle blade på en plante.

x = bredde i cm
y = længde i cm

Måleresultaterne står i tabellen.

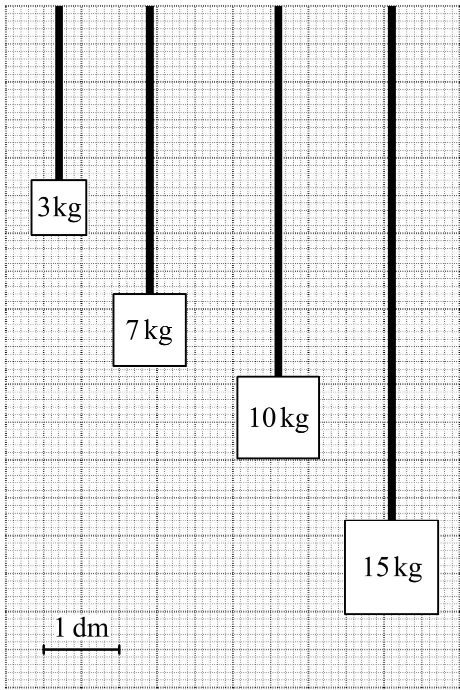
x	2,1	2,6	3,4	4,2	5,5	6,8
y	4,0	4,8	6,1	7,4	9,5	11,6

Find ligningen for den lineære sammenhæng som passer bedst med tabellen.
Ligning: ______________________________

Lav et skærmbillede der viser grafen for denne sammenhæng i samme koordinatsystem som de målte punkter. På dette skærmbillede ser vi at ligningen giver en ____________________ beskrivelse af sammenhængen mellem bredde og længde af bladene.

Hvis bredden af et blad er $4{,}8\,\text{cm}$, så er længden _________ cm.

Øvelse 13.2 Se eksempel 13 side 7



Figuren viser fire ens elastikker.

Skriv en ligning vi kan bruge til (med god tilnærmelse) at udregne elastikkens længde når vi kender vægten af loddet der hænger i elastikken. (Brug metoden fra Eksempel 13).
Ligning: ______________________________

Lav et skærmbillede der viser grafen for denne sammenhæng i samme koordinatsystem som de målte punkter.
På dette skærmbillede ser vi at ligningen giver en
____________________ beskrivelse af sammenhængen mellem loddets vægt og elastikkens længde.

Hvis vi hænger 12 kg i elastikken, så bliver dens længde _________ dm

Øvelse 14.1 Se eksempel 14 side 8

Skriv tallene uden eksponentiel notation:

a) $7{,}436 \cdot 10^2$ = ____________________

b) $1{,}47 \cdot 10^6$ = ____________________

c) $8{,}094 \cdot 10^{-1}$ = ____________________

d) $3{,}1306 \cdot 10^{-5}$ = ____________________

Øvelse 15.1 Se eksempel 15 side 8

a) $47720000 \;=\; 4{,}772 \cdot 10^{\_\_\_}$

b) $0{,}000635 \;=\; 6{,}35 \cdot 10^{\_\_\_}$

Øvelse 15.2 Se eksempel 15 side 8

Skriv tallene med eksponentiel notation:

a) 495100 = ______________________

b) 736,864 = ______________________

c) 0,0624 = ______________________

d) 0,00052994 = ______________________

Øvelse 16.1 Se eksempel 16 side 9

Denne øvelse drejer sig om trekanten og cirklen fra eksempel 16.

Trekantens areal bliver _________ enheder større når vi ændrer længden af AB fra 3,8 til 4,2 .

Cirklens areal bliver _________ enheder større når vi ændrer længden af AB fra 3,8 til 4,2 .

Øvelse 16.2 Se eksempel 16 side 9

For nogle varer betaler vi en pris plus en afgift.

Ligningen $y = \frac{x}{3}$ viser sammenhængen mellem følgende to variable:

x = pris i kr. og y = afgift i kr.

Hvor mange kr. bliver afgiften større når prisen stiger fra 15 kr. til 21 kr.? Svar: _________

Øvelse 16.3 Se eksempel 16 side 9

Denne øvelse drejer sig om trekanten og cirklen fra eksempel 16.

Længden af AB er 1 og vi vil gøre trekantens areal 2 enheder større.
Så skal vi gøre længden af AB _________ enheder større.

Længden af AB er 2 og vi vil gøre cirklens areal 12 enheder større.
Så skal vi gøre længden af AB _________ enheder større.

Øvelse 16.4 Se eksempel 16 side 9

Denne øvelse drejer sig om trekanten og cirklen fra eksempel 16.

Trekantens areal er 2,4 . Vi gør længden af AB så meget større at trekantens areal bliver fordoblet.

Så bliver cirklens areal _________ enheder større.

Øvelse 17.1 Se eksempel 17 side 10

Denne øvelse drejer sig om kilopriserne fra eksempel 17.

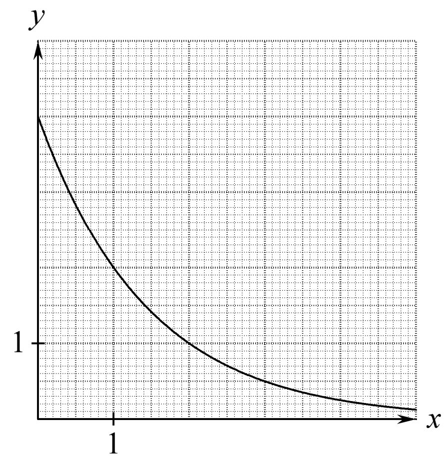
Kiloprisen for A bliver _________ kr. mindre når vi ændrer mængden fra 1,1 kg til 2,2 kg.

Kiloprisen for B bliver _________ kr. mindre når vi ændrer mængden fra 5 kg til 10 kg.

Øvelse 17.2 Se eksempel 17 side 10

Grafen viser sammenhængen mellem de variable x og y.

Hvis x er 1, og vi sørger for at x bliver 2 enheder større, så vil y blive ______ enheder mindre.



Øvelse 17.3 Se eksempel 17 side 10

Denne øvelse drejer sig om kilopriserne fra eksempel 17.

Hvis vi i stedet for at købe 1 kg af A køber _________ kg, så halverer vi kiloprisen.

Bo køber 1 kg af B. Hvis Ib køber _________ kg mere end Bo, så kommer Ib til at betale en kilopris der er 51 kr. mindre end den kilopris som Bo betaler.

Øvelse 18.1

Ligningen $y = 64 \cdot 0{,}5^x$ viser sammenhængen mellem de variable x og y.

(a) Udfyld de tomme pladser:

Når $x = 2$ er $y =$_______ .

Når $x = 3$ er $y =$_______ .

Når $x = 5$ er $y =$_______ .

Når $x = 6$ er $y =$_______ .

(b) Ser det ud til at der gælder: jo større x er, jo større er y? Svar: _________ .

Øvelse 18.2

Grafen viser sammenhængen mellem x og y.

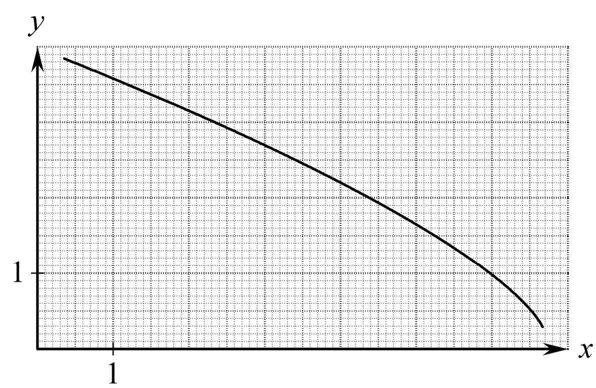
(a) Udfyld de tomme pladser:

Når $x = 0{,}7$ er $y =$_______ .

Når $x = 3{,}0$ er $y =$_______ .

Når $x = 4{,}0$ er $y =$_______ .

Når $x = 4{,}9$ er $y =$_______ .



(b) Gælder der: jo større x er, jo mindre er y? Svar: _________ .

(c) Tegn en anden graf i koordinatsystemet hvor der gælder: Jo større x er, jo større er y.

Øvelse 18.3

En skål fås i fem størrelser.

x = en skåls diameter (i cm) og y = skålens pris (i kr.)

Udfyld de tomme pladser i tabellen sådan at sammenhængen mellem y og x er voksende.
(Dette kan gøres på mange måder, men du skal kun udfylde på én måde).

x	6	9	14	21	32
y	34		98		430

Øvelse 18.4

En vare fås i pakninger med 1 stk., 3 stk., 10 stk., 50 stk. og 200 stk.

x = antal vare i en pakning og y = pris pr. stk. (i kr.)

Udfyld de tomme pladser i tabellen sådan at sammenhængen mellem y og x er aftagende.
(Dette kan gøres på mange måder, men du skal kun udfylde på én måde).

x	1	3	10	50	200
y	7		6		5,9

Øvelse 19.1 Se eksempel 19 side 12

Prisen for flytning af nogle dyr er

$$p(x) = 20 \cdot x + 230$$

hvor $p(x)$ er prisen i kr. og x er antal kilometer.

Udregn $p(14)$ og skriv hvad resultatet fortæller om flytningen. $p(14)$ = __________ .

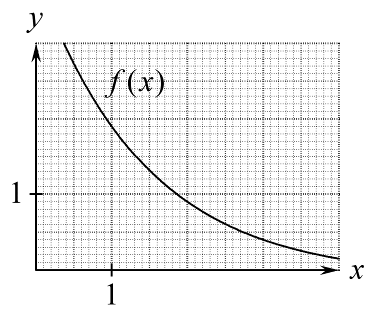
Dette fortæller: ____

Find et tal x så $p(x) = 430$ og skriv hvad resultatet fortæller om flytningen. x = __________ .

Dette fortæller: ____

Øvelse 19.2 Se eksempel 19 side 12

I koordinatsystemet er tegnet grafen for funktionen $f(x)$.



Funktionen $g(x)$ har forskriften

$$g(x) = 0{,}5 \cdot x + 0{,}8$$

(a) $f(3)$ = __________

(b) For at finde resultatet i (a) brugte du et punkt på grafen.
Tegn en prik i dette punkt.

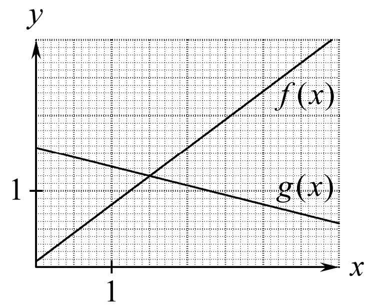
(c) $g(3)$ = __________

(d) Efter at have svaret på (c) kender vi et punkt på grafen for $g(x)$. Tegn en prik i dette punkt.

(e) Lav flere udregninger så du kan tegne grafen for $g(x)$, og tegn grafen i koordinatsystemet.

Øvelse 19.3 Se eksempel 19 side 12

I koordinatsystemet er tegnet graferne for $f(x)$ og $g(x)$.



$f(3{,}5) =$ __________ $g(3{,}5) =$ __________

Er $f(3{,}5)$ større end $g(3{,}5)$? Svar: __________

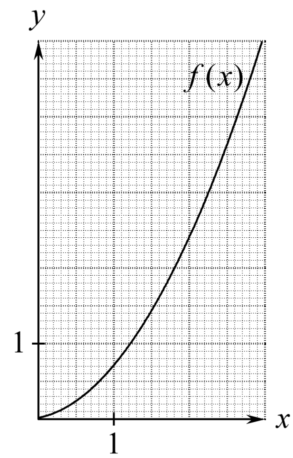
Er $f(0{,}7)$ større end $g(0{,}7)$? Svar: __________

Er $f(1{,}5)$ større end $g(1{,}5)$? Svar: __________

Er $f(1{,}9)$ større end $g(0{,}3)$? Svar: __________

Øvelse 19.4 Se eksempel 19 side 12

I koordinatsystemet er tegnet grafen for $f(x)$.



$f(0{,}8) =$ __________ $4 \cdot f(0{,}8) =$ __________

Når $f(x) = 4 \cdot f(0{,}8)$ er $x =$ __________

Når $f(x) = 2{,}5 + f(1{,}8)$ er $x =$ __________